

# Geometria Descritiva e Conceptual

20241104



RITA SOEIRO GOULART

U LISBOA

UNIVERSIDADE  
DE LISBOA



FACULDADE DE ARQUITETURA  
UNIVERSIDADE DE LISBOA

RP

Mestrado Integrado em Arquitectura  
Ano Lectivo 2024-2025 1º Semestre  
Docente - Nuno Alão 1º Ano

## ÍNDICE

**4-** aula 1.1- secções e interseções de esferas e hemisférios

**7-** aula 2.1- secções e interseções de esferas e hemisférios

**13-** aula 3.1- superfícies, terrenos

**16-** aula:4.1- exercícios de exame

**20-** aula 5.1- interseções de sólidos

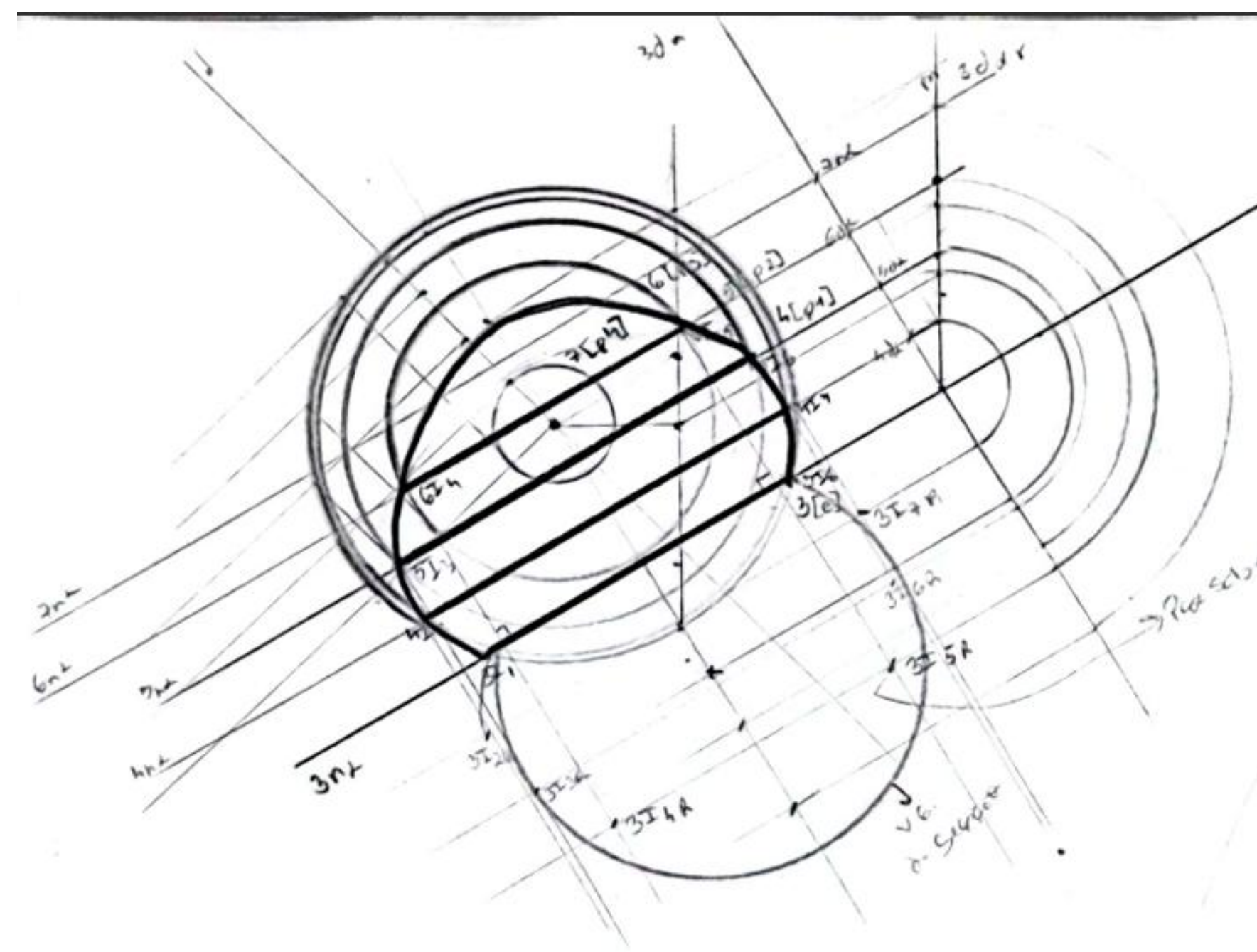
**24-** aula 6.1- luz e sombra

**27-** aula. 7.1 – sombra auto projetada e sistemas coordenados

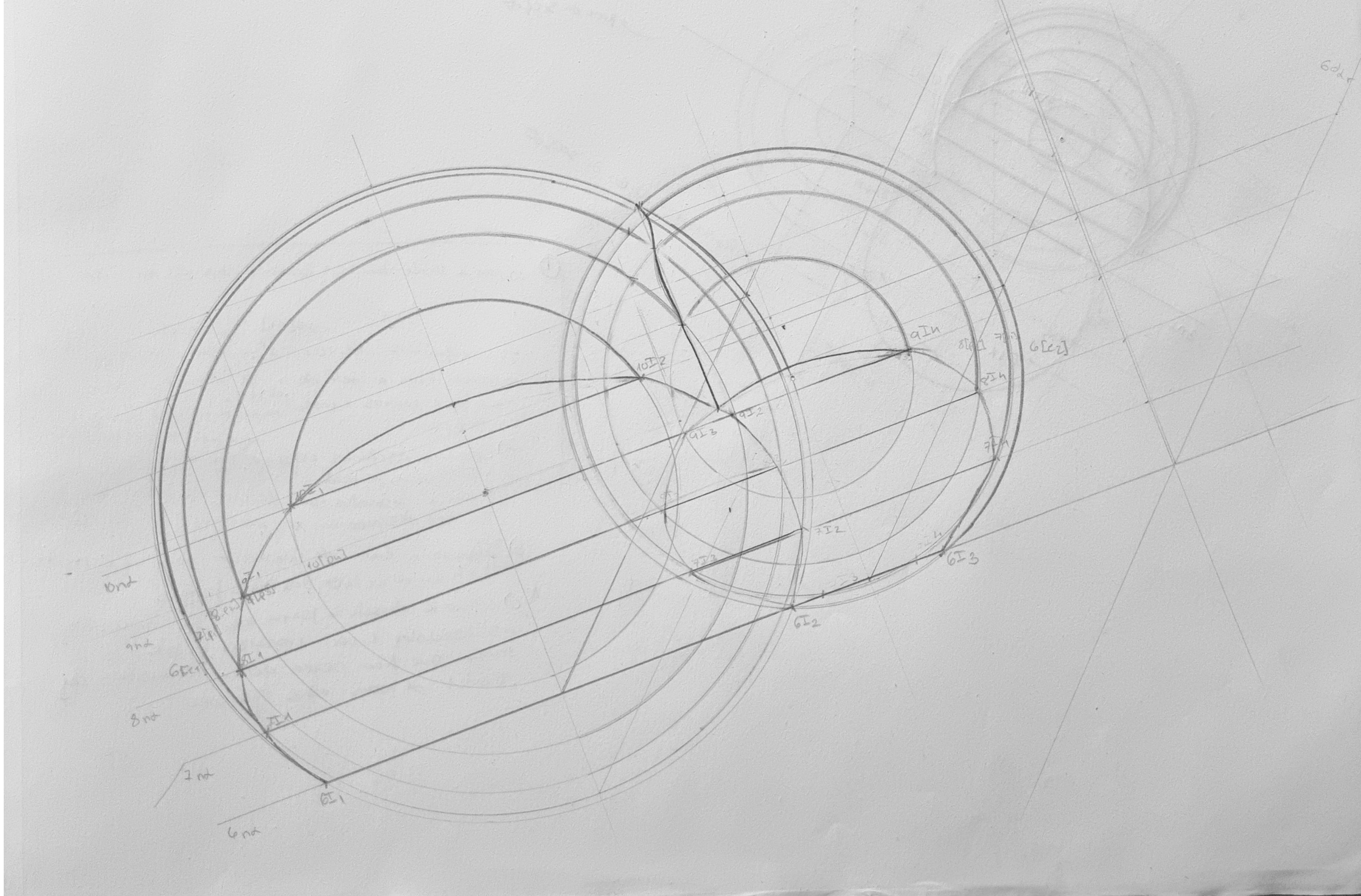
**30-** aula. 8.1 – perspectivas

**32-** Exerc. 9.1 – exercicios de estudo

Secções

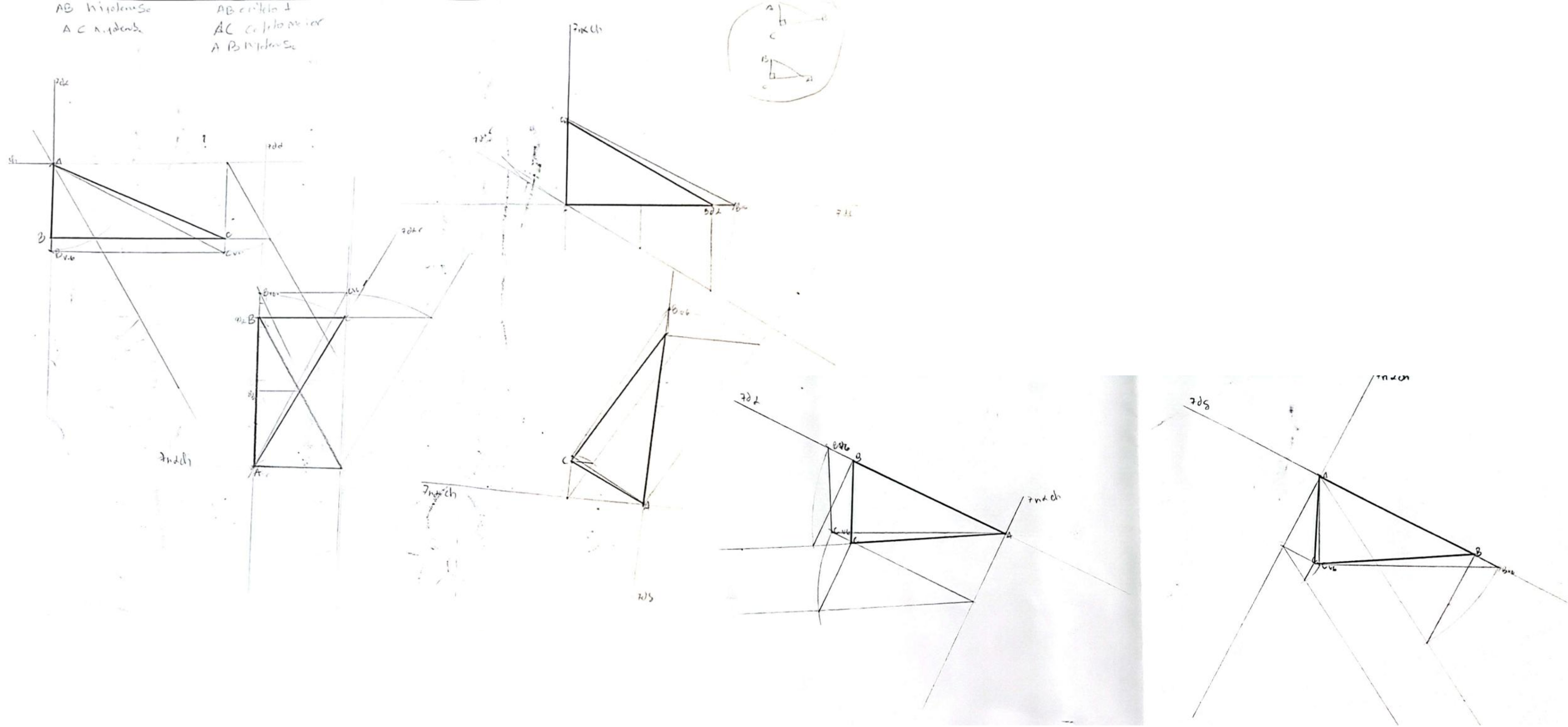


1. O plano  $\alpha$  secante tem  $45^\circ$  sendo a d.a. do esp.  $2R$
2. Circunferências  $r=10$  e  $r=20$  como no mtº 2.1.1  
 representando tanto a ret. de n. de cada G.  $\alpha$  no esp. que  
 tem os 2 centros e passa pelo ponto de int. dos dois  
 planos. que tem os centros [centros]
- a) Determinar as retas auxiliares e o plano  $\alpha$  e  
 suas retas de nível.  
 O plano  $\alpha$  resolve-se pelo plano de centro e as  
 retas de nível se resolve com o cda G.
- b) Determinar a linha de intersecção entre os 2 esferas  
 resultante de um dos dos duas formas
- c) O plano  $\alpha$  interseca a forma resultante de unção  
 das esferas e vai produzir a estatura da  
 massa que fica acima dele. Representar o obj.  
 resultante de todas as operações.



Exerc. 1.1 – secção e linha de interseção de duas esferas





Exerc. 1.3 –rebatimento de triangulos

Hexágono  
Regular de  
lado =  $h_{cm}$

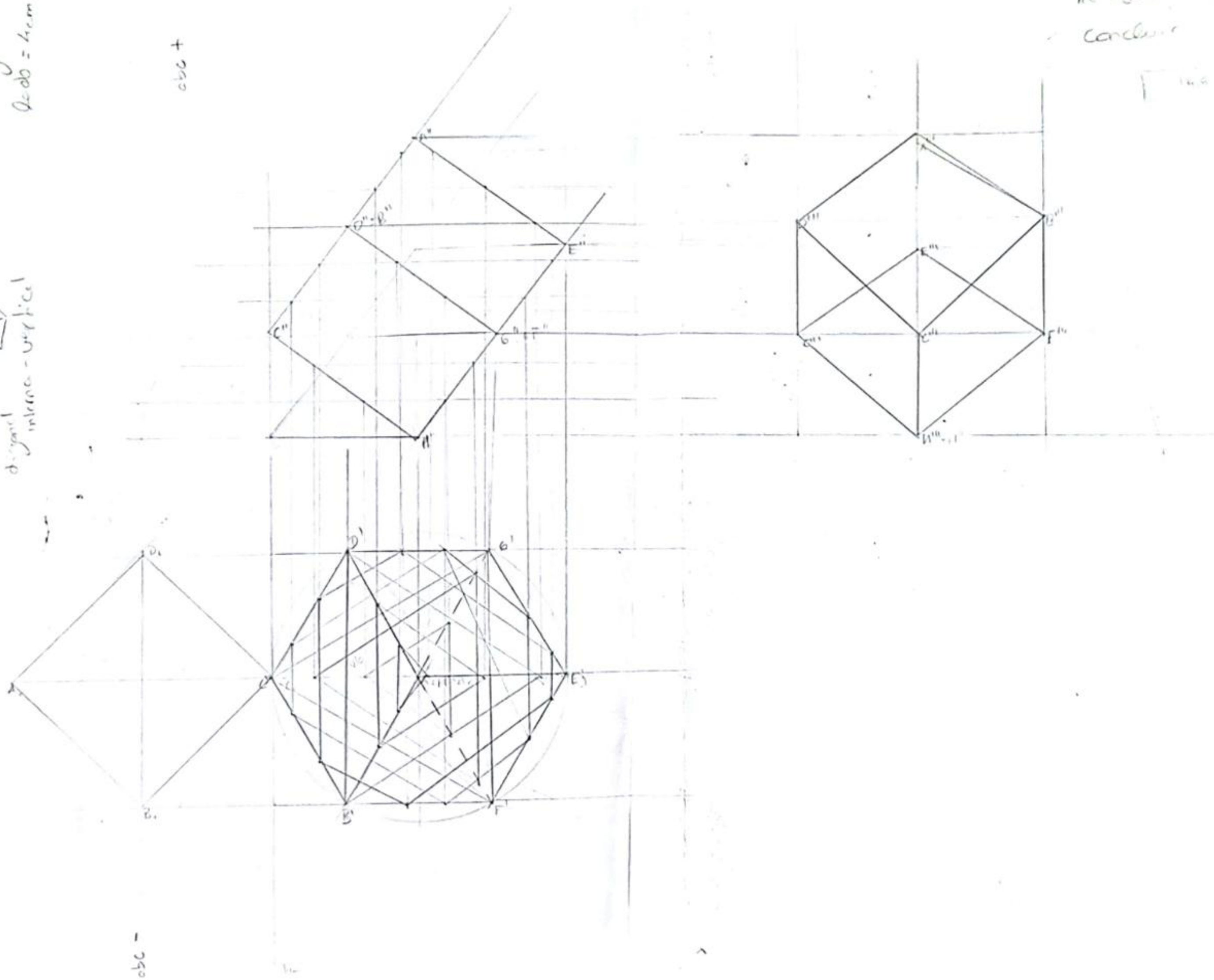


h  
diagonal interna - vertical

h  
diagonal interna - vertical

abc -

abc +



h' eja em V.G  
concluir

h' eja em V.G

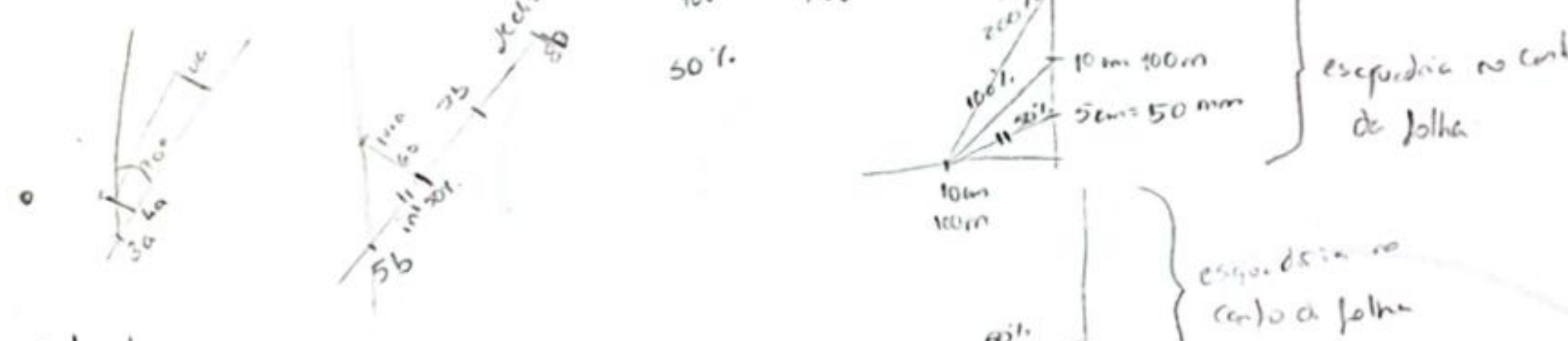


# Exerc. 1.4-secções cubo



• He presente um  $\Delta$  retângulo isósceles com catetos = 8cm dando nome aos seus vértices ABC começando no ângulo reto e sempre no sentido horário. Os vértices do  $\Delta$  são o centro das seguintes superfícies: A é o centro de esfera de raio 9cm, B é o centro de diâmetro de um cone reto com 5cm raio e 7cm altura, C é o centro de diretriz de um cone oblíquo com 7cm raio, 9cm altura e há uma geratriz vertical que coloca a projeção do vértice sobre a diretriz do cone e no diâmetro do ledo AC do triângulo.

a) Determine as linhas de int. de todos os 3 figuras.



"Declive de 1"  $\rightarrow 100\% = 100/100 = 1$   
 $0,5 \rightarrow 50\% = 10/20$   
 $1,5 \rightarrow 150\% = 1,5$

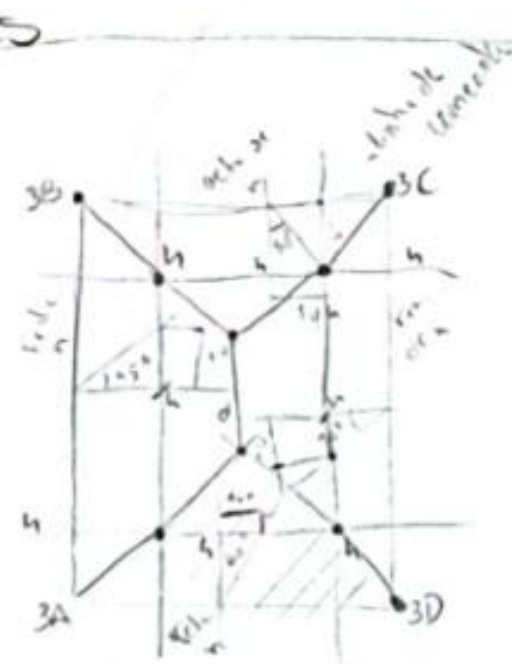
Toda proximidade com  
 Sobre cones e  
 cilindros etc

1% declive num terreno  
 é de 1,5m ou de 2%  
 num km de comprimento  
 ele desce 150 ou 20m

$45^\circ \rightarrow 100\% \rightarrow 1 \rightarrow 100$

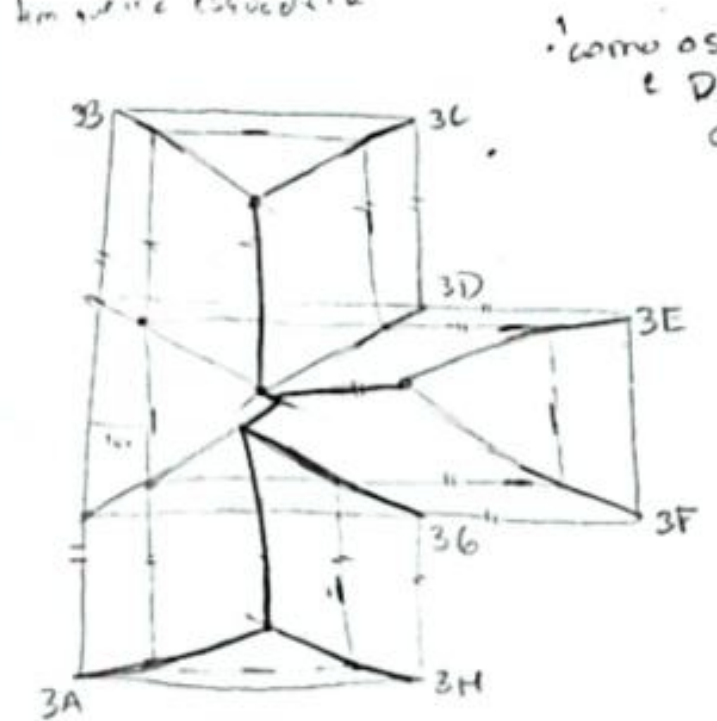
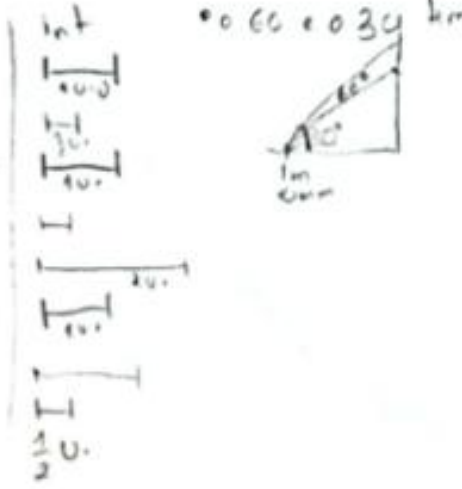
Cubeturas

- AB -  $45^\circ$
- BC -  $30^\circ$
- DC -  $30^\circ$
- DA -  $60^\circ$



• as linhas charmeis  
 os eixos  
 • as linhas de int. charmeis  
 linhas de curvedas

- AB -  $45^\circ$
- BC -  $30^\circ$
- CD -  $30^\circ$
- DE -  $60^\circ$
- EF -  $0,5$
- FG -  $100\%$
- GH -  $30^\circ$
- HA -  $200$



• como as linhas BA  
 e DE estão abertas  
 de um lado para  
 o outro









• AB e BF ainda  
 estão abertas

- Passos:
- 1º Fechar os eixos que se fecham automaticamente
  - 2º Fechar com as perpendiculares os arcos
  - 3º ainda é aberto? Sim, então fechar-se sequencialmente de um lado e de outro as restantes com perpendiculares dos arcos

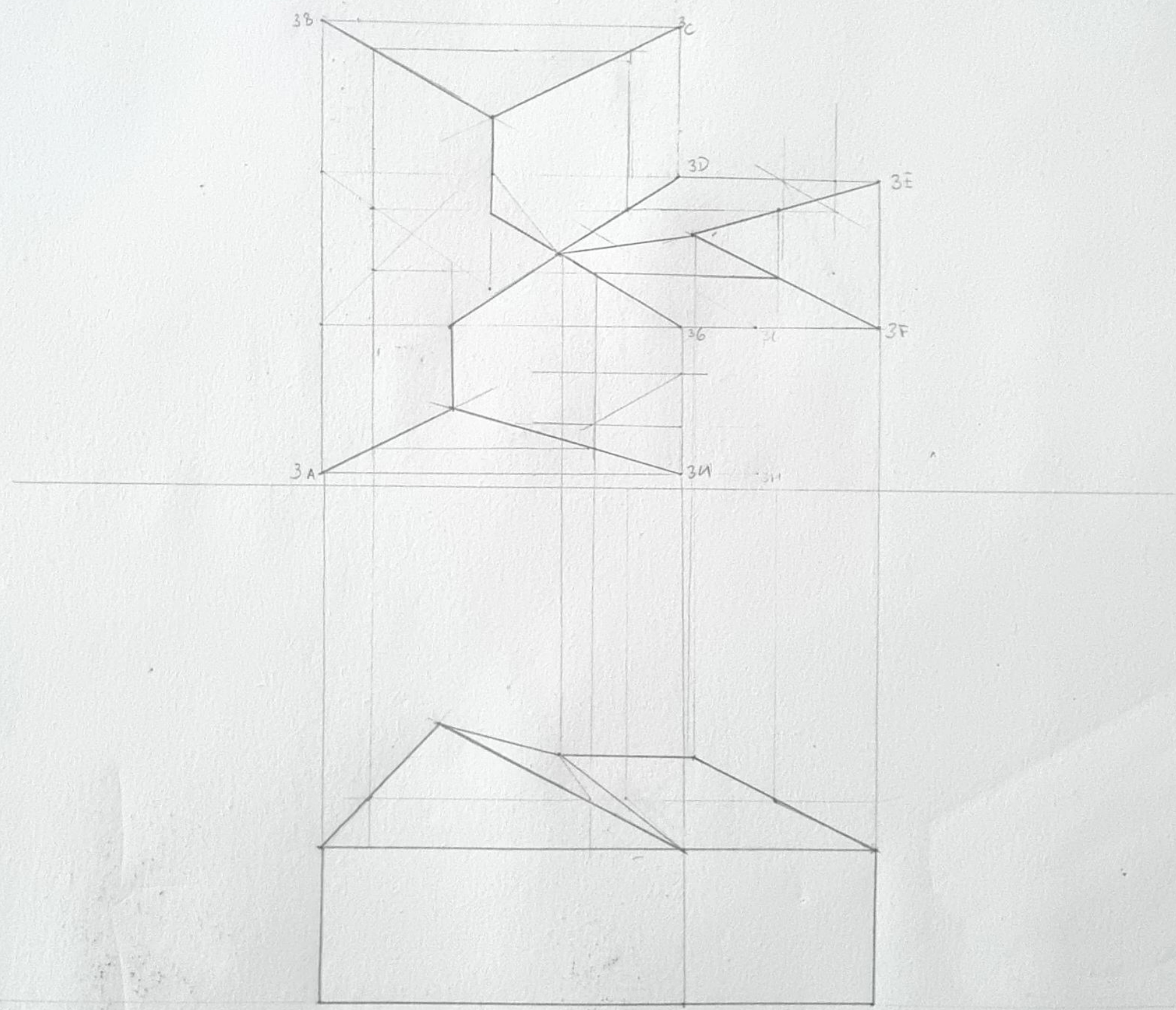
Fazer esta cobertura com o método  
 e fazer o alçado (e a planta) (projecção)  
 e montar todos os detalhes no papel final - com o diâmetro  
 - f. metálica - f. de vidro de  
 alumínio

• F. de vidro  
 • F. de alumínio

# Aula. 2.1 – Declives e coberturas

AB -  $45^\circ$    
 BC - 2   
 CD - 100   
 DE -  $60^\circ$    
 EF -  $0,5$    
 FG - 100   
 GA -  $30^\circ$    
 HA - 200 

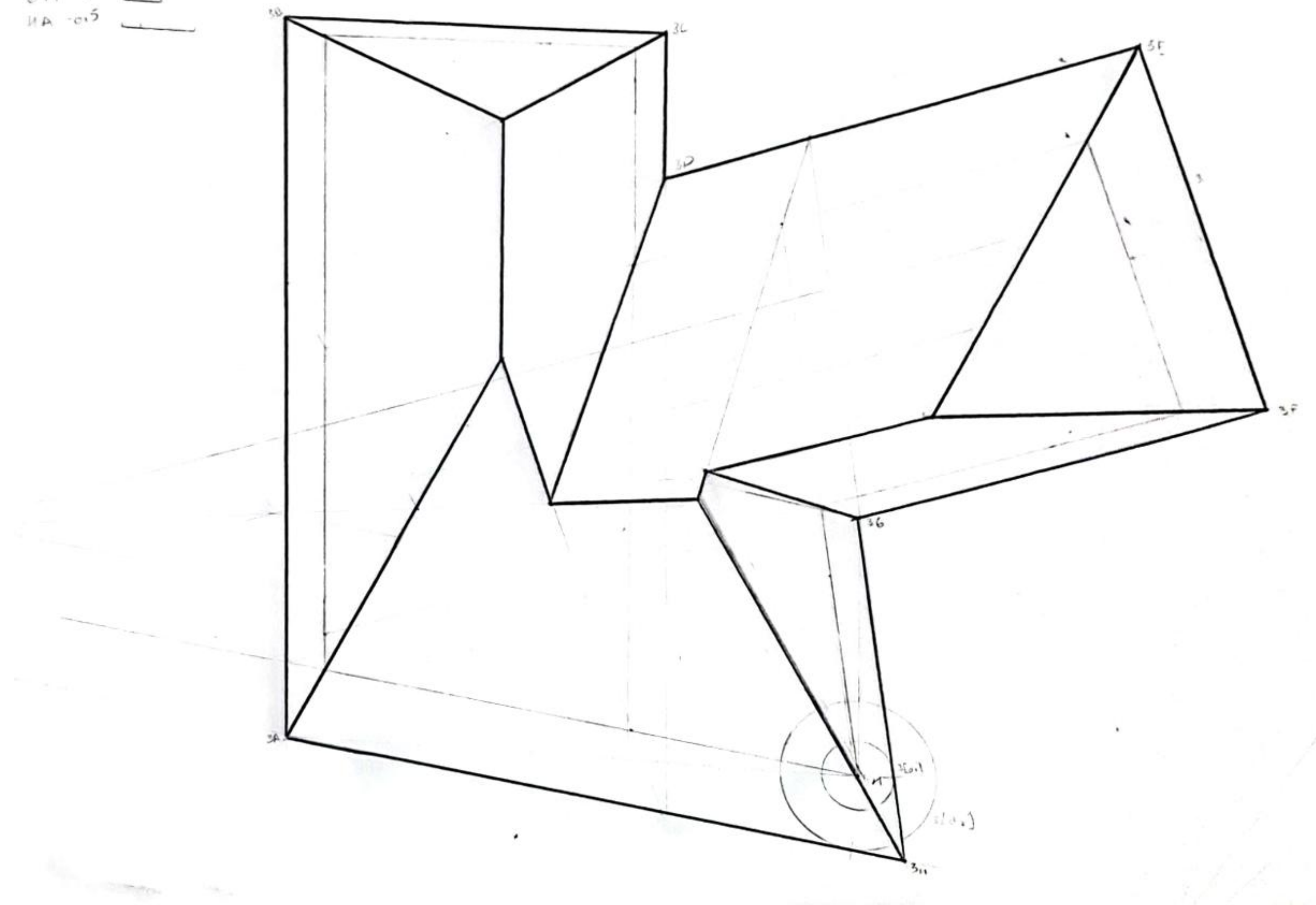
$U_0 \rightarrow 1cm$



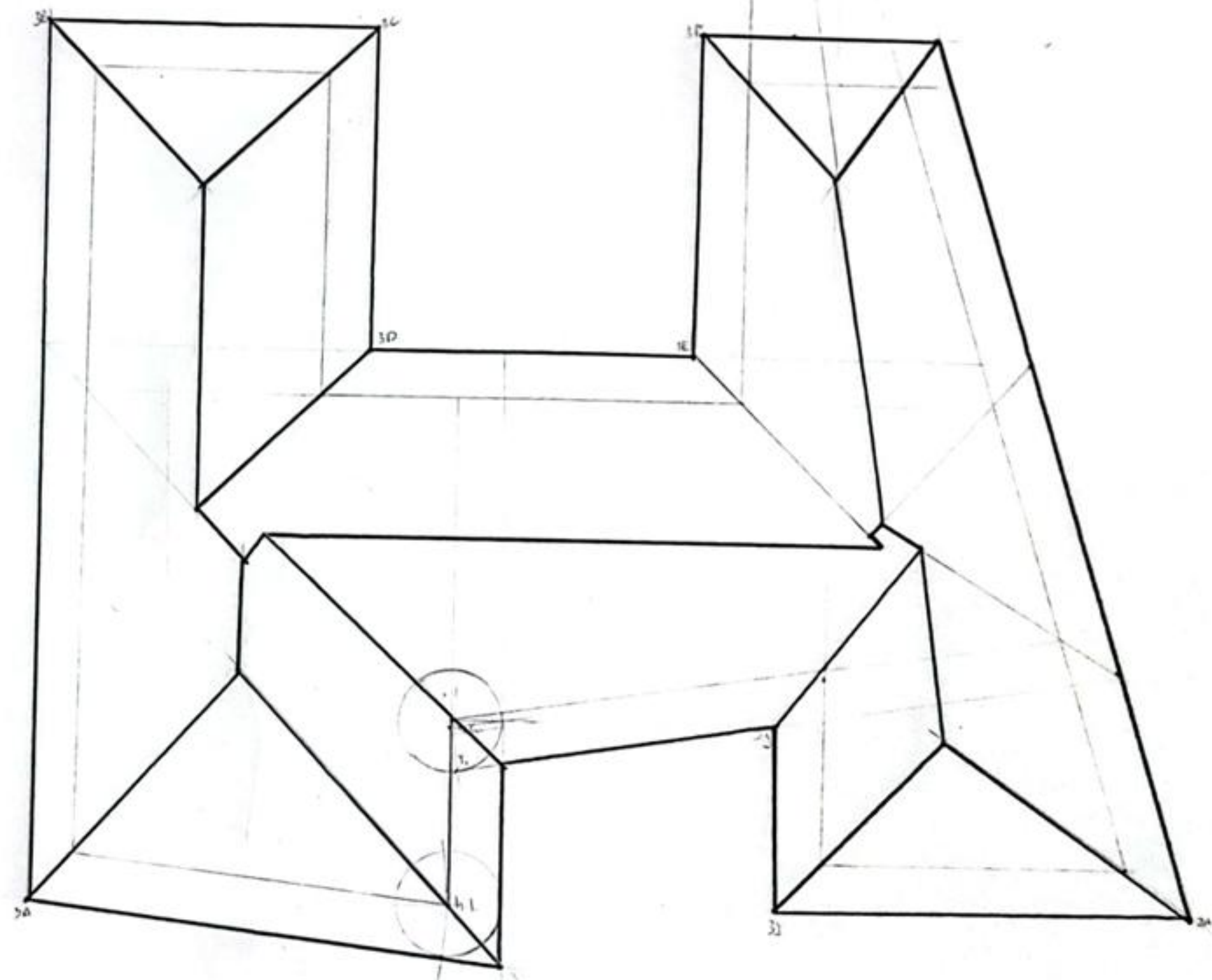
Exerc. 2.1 – cobertura e alçado

AB = 1  
 BC = 2  
 CD = 1,5  
 DE = 0,5  
 EF = 0,5  
 FG = 2  
 GA = 1  
 HA = 0,5

1 cm = 1 m



Exerc. 2.2 – cobertura, ponto com diferente cota



Exerc. 2.2 – cobertura, ponto com diferente cota

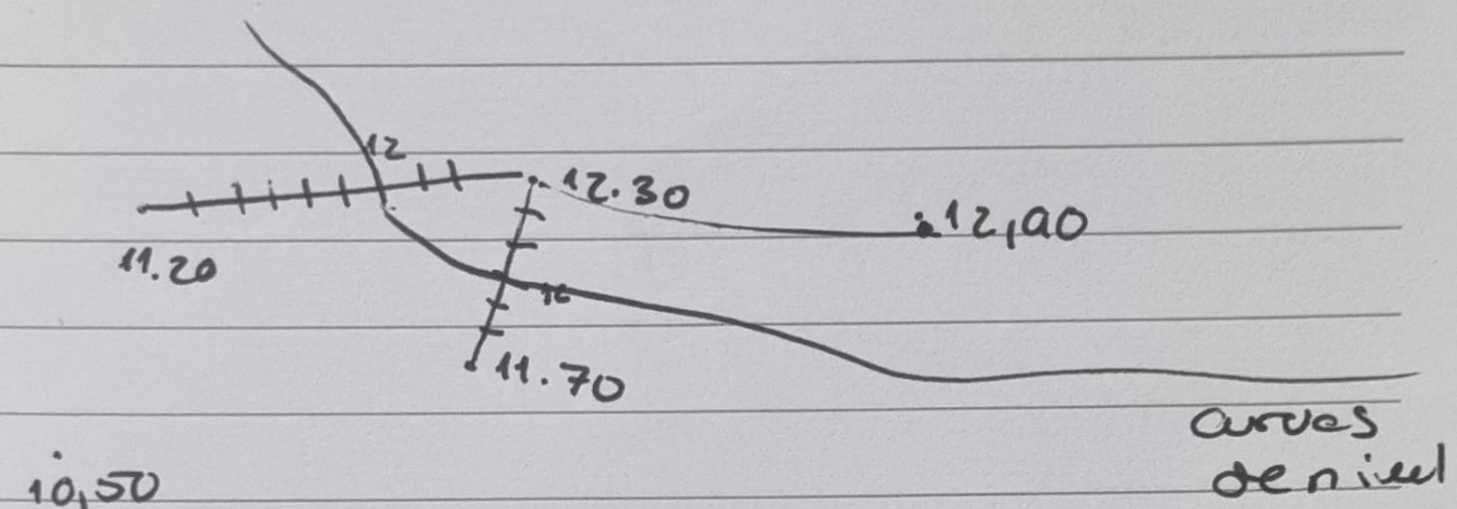
# Superfícies Topográficas

escala

Topus = Lugar

Utopia → aquele que não tem lugar

escala do lugar



linhas naturais → separação das águas → quando separam

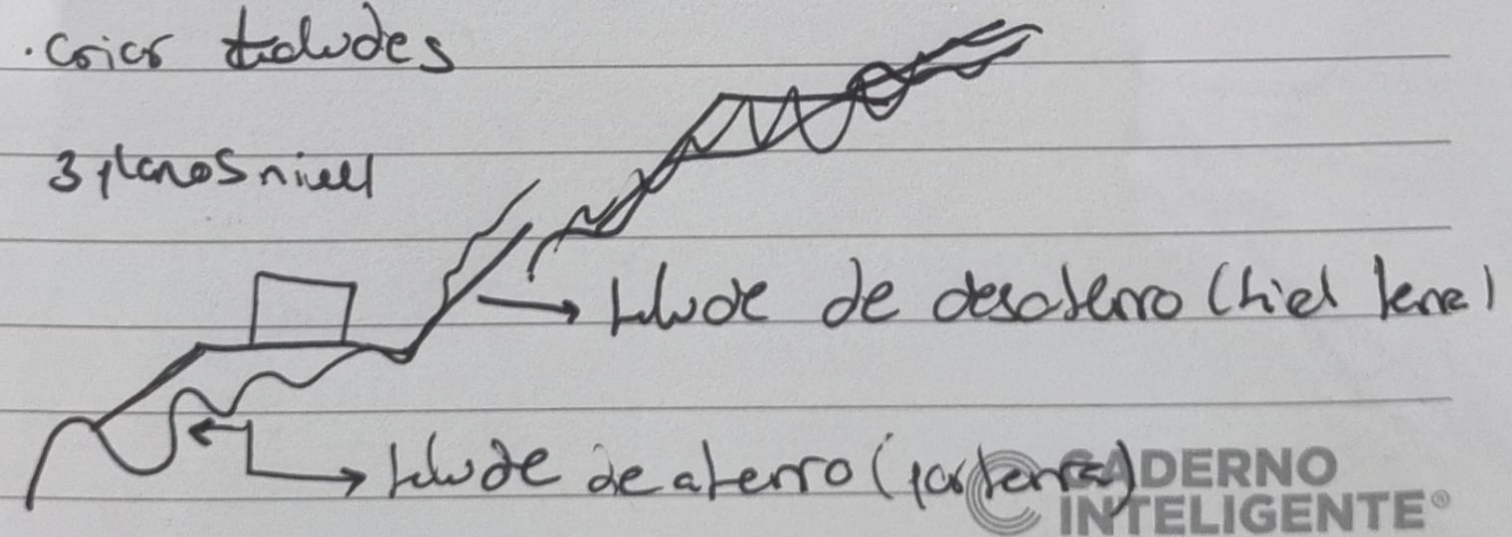
→ juntam as águas

- Linhas de fecho ou fechos (separação das águas)
- Linhas de água ou talvezes (juntam as águas)

## Modelação de terrenos

• cristas taludes

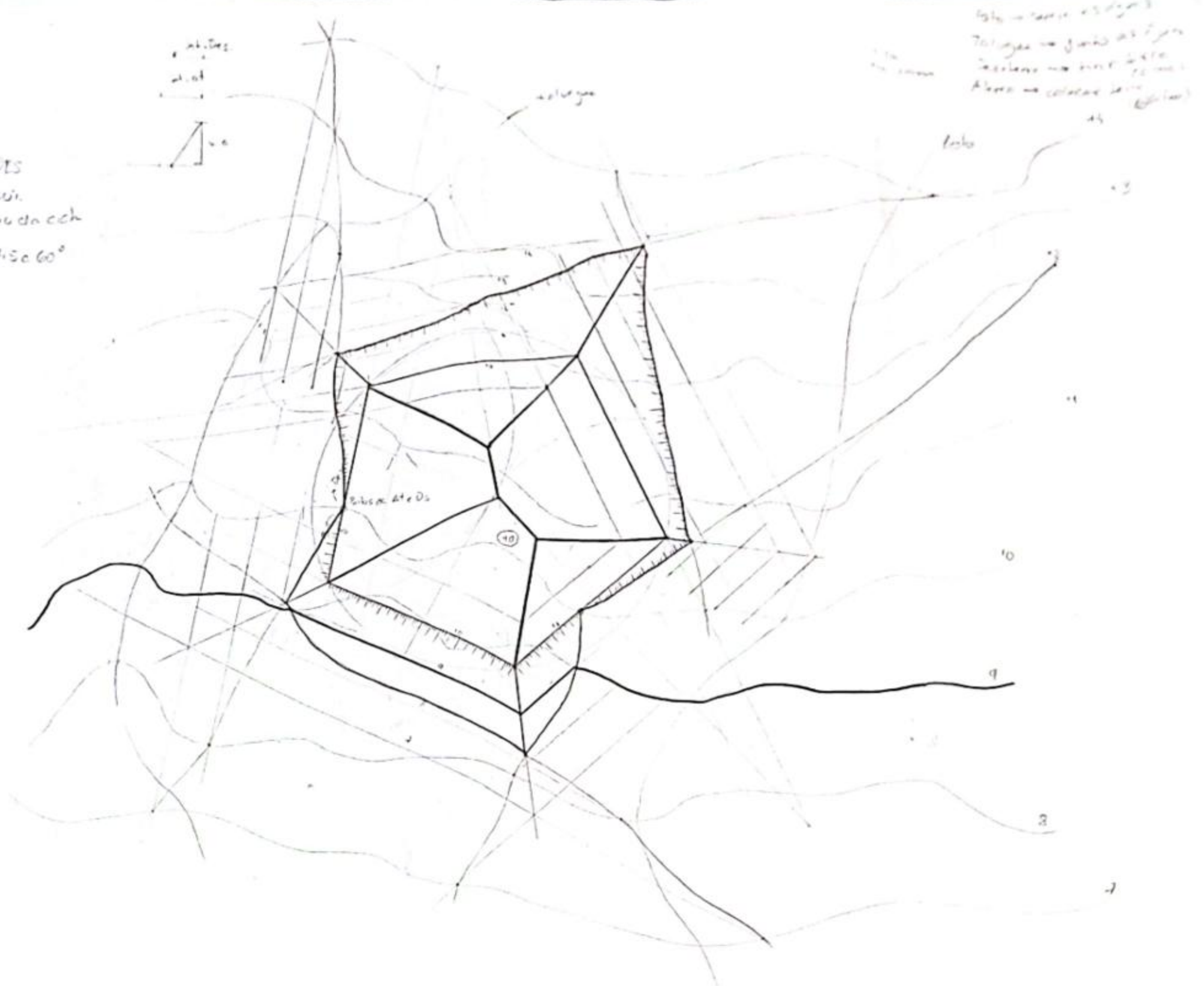
3 tipos de nível



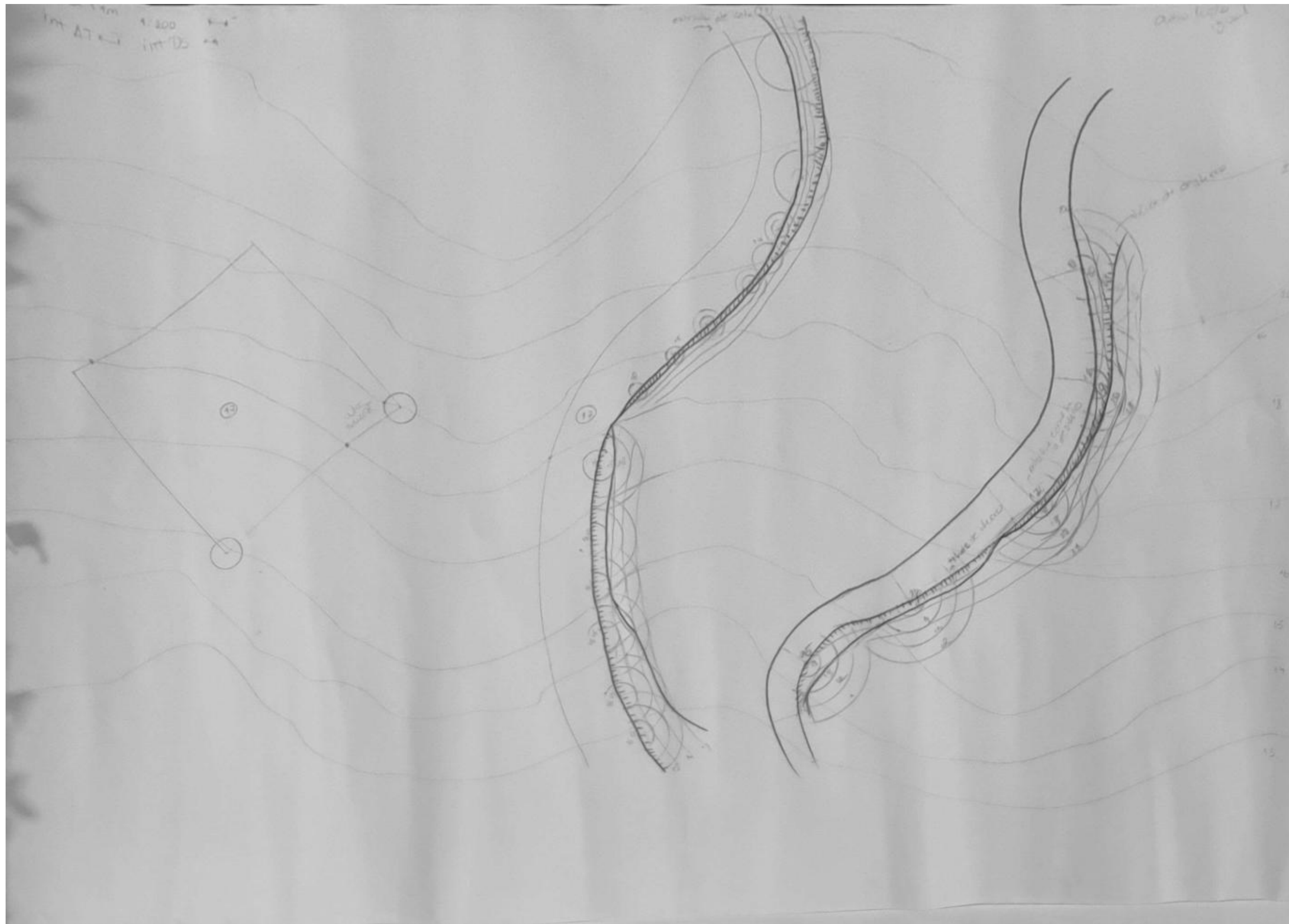
MODERNO INTELIGENTE®

Aula. 3.1 – superfícies, terrenos

1. Determine a inclinação unitária de linha e um talvegue na planta
2. Use unidade altimétrica de 1 metro e escala 1:100. Determine as linhas de nível e as linhas de talvegue para garantir o seguinte máx.:
  - a) escava e indique a cota de implantação
  - b) em esta cota indique os pontos de mudança AT/DTS
  - c) determine os volumes em os declives AT/DT. Determine
  - d) determine unidade de nível final de cada um. determine da cota de implantação
3. Determine a cobertura que declive a) declives de 45 a 60°



# Exerc. 3.1 – aterro e desaterro



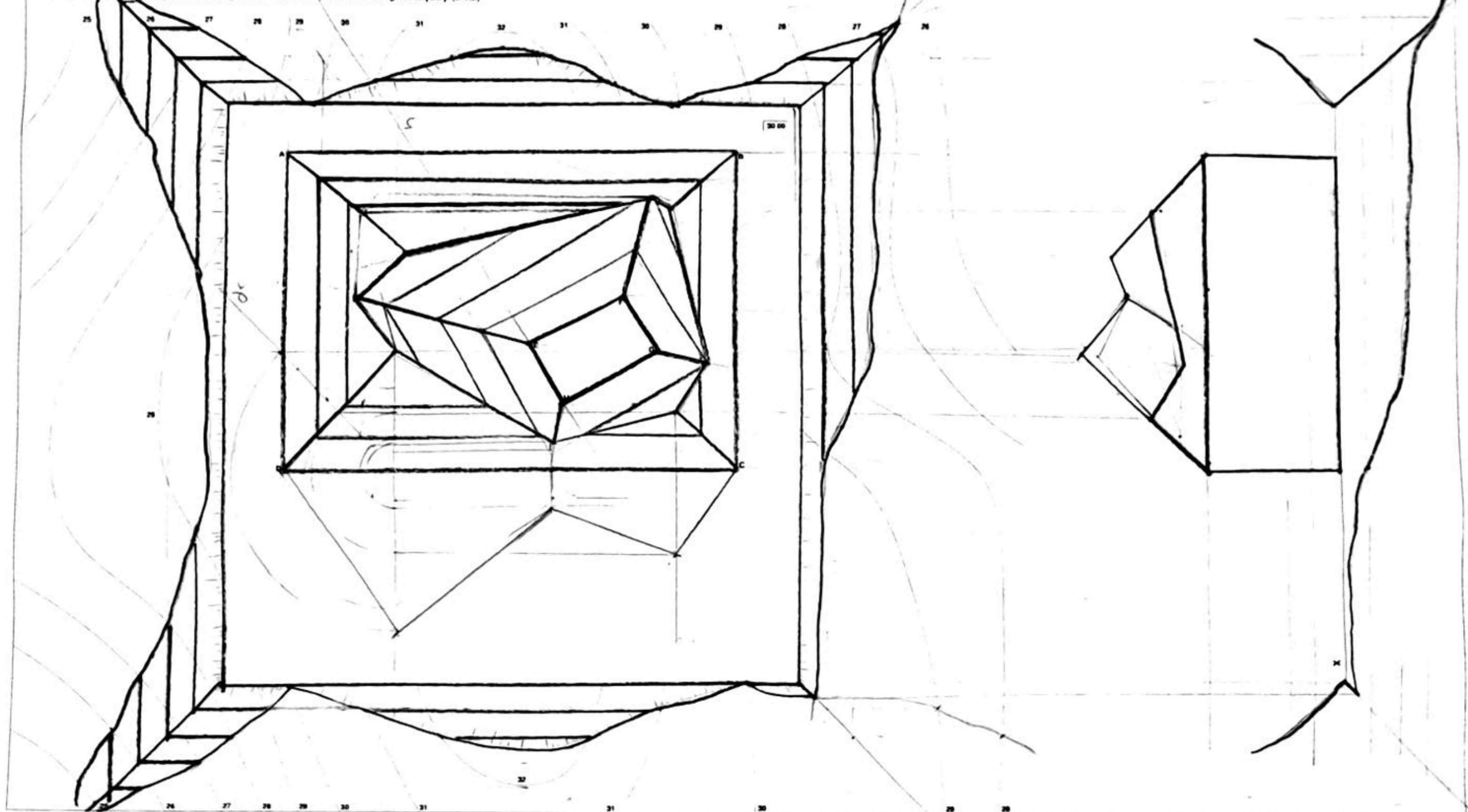
Exerc. 3.2 – estradas





EXERCÍCIO

Os polígonos dados (ABCD) e (FGHI), na escala 1/200, correspondem ao limite de uma construção com um pátio (pequeno rectângulo interior). Todos os vértices dos polígonos têm cota 35m.  
A cobertura da construção tem uma pendente constante de 80%.  
a) Qual o intervalo correspondente à pendente dada (represente os cálculos numéricos ou gráficos)? (1 val)  
b) Resolva a planta da cobertura não esquecendo de destacar as linhas de nível do objecto final. (8 val)  
c) Resolva as taludes de escavação e aterro da plataforma dada à cota 30m considerando a pendente de 100%, não esquecendo de destacar as linhas de nível finais. (6 val)  
d) Desenhe o alçado indicado, incluindo edifício, telhado e taludes, considerando o eixo como referência para a cota 30m. Em relação aos taludes, considere apenas os que são visíveis. (5 val)  
e) Determine a verdadeira grandeza da superfície do telhado que contém o segmento [CD]. (2 val)

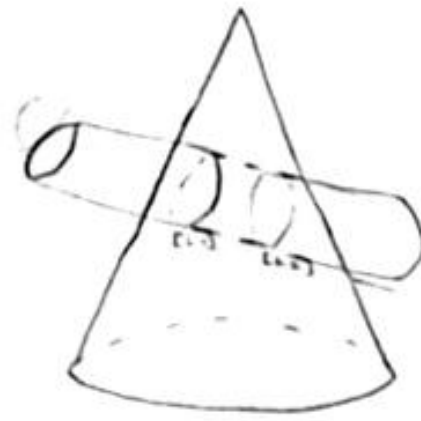


Número: 20241104 Nome: Rita Cabral





→ áreas sólidos com sólidos



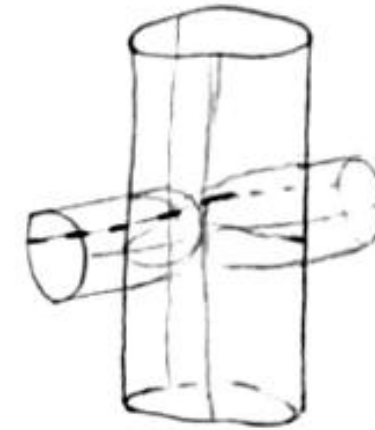
Penetração  
- 2 Linhas int. independentes



Arcamento  
→ 1 linha única de interseção



Beijamento  
- 2 Linhas de interseção tangentes num ponto



Duplo beijamento ou Dupla Penetração  
- 2 Linhas de interseção tangentes em 2 Pontos

Planos Limite → Planos Concorrentes com as formas que se interseccionam

! Nota: Retas // interseccionam-se no infinito

- A determinação dos planos limite na int. de fig. geométricas permite identificar o tipo de interseção existente e ainda a zona onde se dá essa interseção e por isso que os planos úteis na sua determinação de interseção
- Os Planos Limite são planos que devem conter as geratrizes das 2 fig. por isso devem obedecer às condições impostas pelos elementos directores das 2 fig.:
  - No caso de 1 cone os planos devem passar sempre no vértice e serem tangentes à directriz
  - No caso de 1 cilindro os planos sendo tangentes também à directriz devem conter a directriz das geratrizes (11)
  - Desta modo os Planos Limite podem conter geratrizes das duas fig.

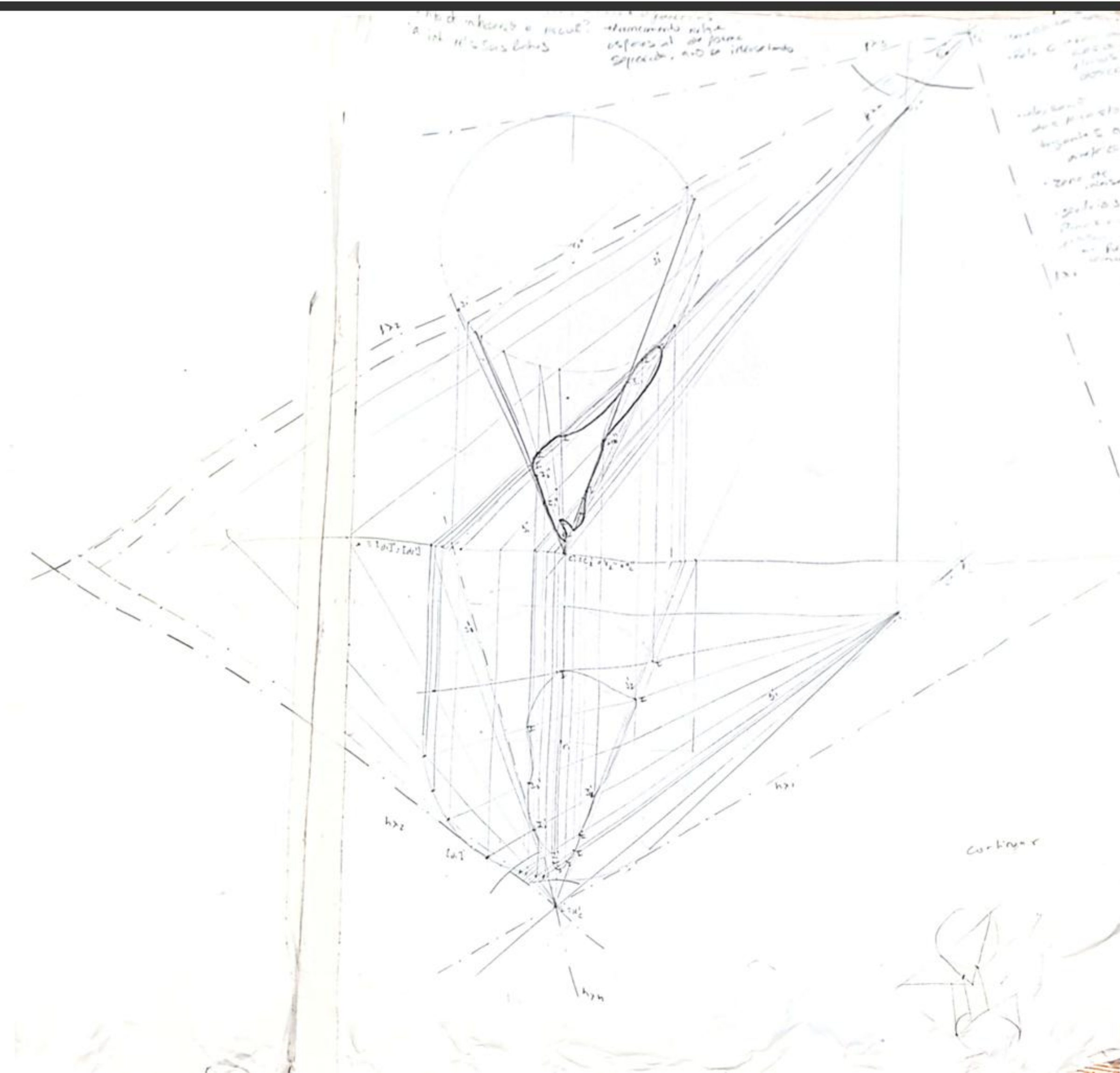
Determinados os 2 Planos Limite de cada 1 das 2 fig. (4) a análise das suas posições (disposições dos planos) indica o tipo de interseção do seguinte modo:

- A interseção dá-se na sobreposição da área que medeia cada 1or de planos limites incluindo as traças que fica dentro dessa área
- Por arcamento: → A zona de sobreposição das áreas delimitadas pelos dois 1ores de planos limite é percorrida nos dois lados havendo parte de cada sólido que não faz parte dessa sobreposição
- Por Penetração: → A zona de ausência<sup>int</sup> delimitada por um 1or de cada 1or de planos limite situa-se inteiramente dentro da área delimitada pelo outro 1or, havendo o oculto desse 1or de planos por um lado e outro do 1o 1or

# Aula. 5.1 – interseções de sólidos

- Por beijamento → A zona de abrangência de um par de planos situa-se dentro da zona de abrangência do outro par, mas existe coincidência num dos planos, ou seja, um dos planos limite de uma figura é o mesmo com um dos planos limite de outra figura.
- Resulta desta coincidência que uma geratriz de cada figura se intersecta num ponto, e é neste ponto o ponto de contacto entre 2 linhas de interesse que passam a ser uma só.
- Por duplo beijamento: → uma figura coincide com os 2 planos limite da outra figura, a int. é total das 2 figuras sendo todas as geratrizes intersectadas.





Exerc. 5.2 – 2 cones

luz e sombra

Se há sombra se houver luz

Fonte luminosa: impropria (paralelas) / própria (um ponto com 2 prof.)

Teoria Geral da Sombra

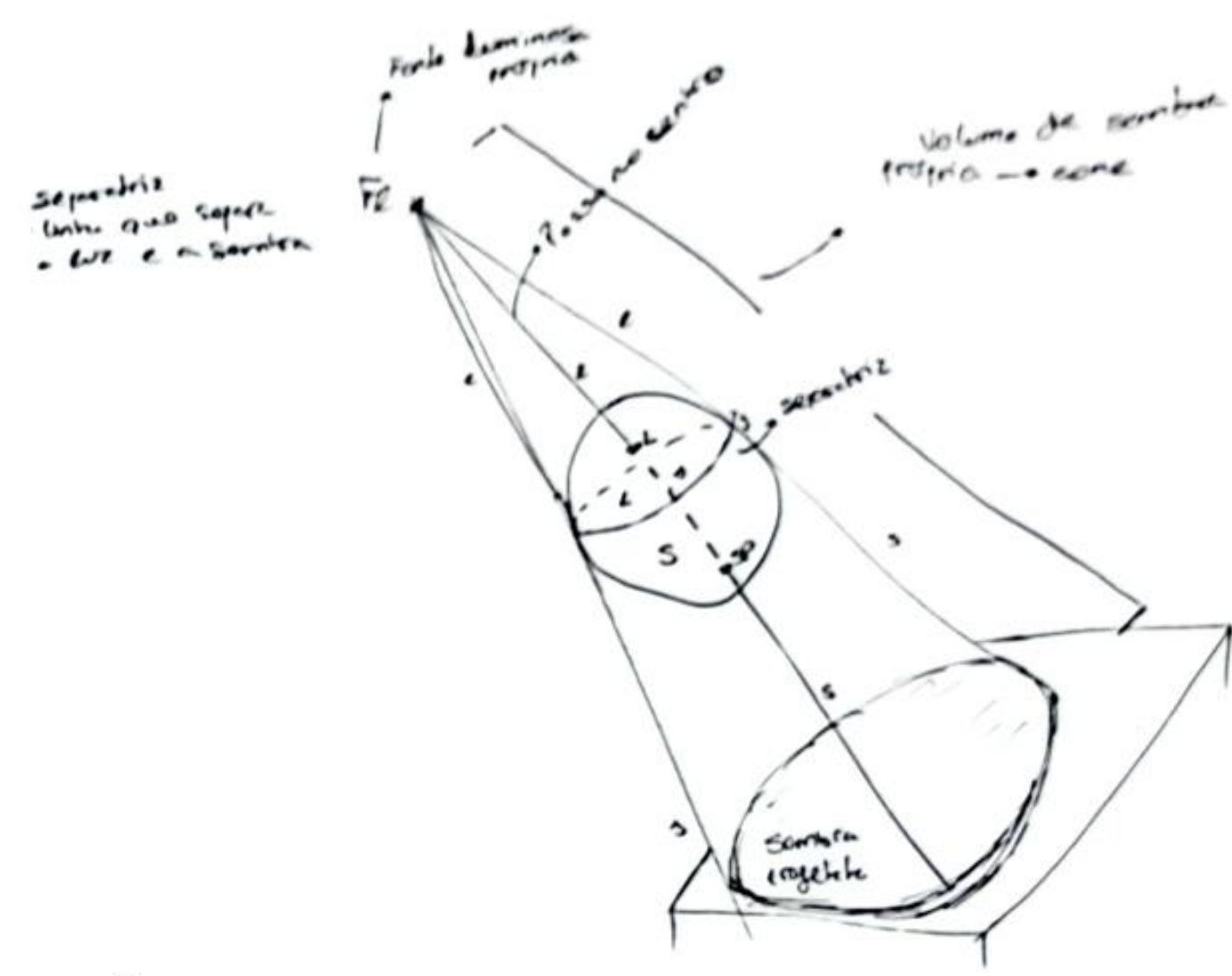
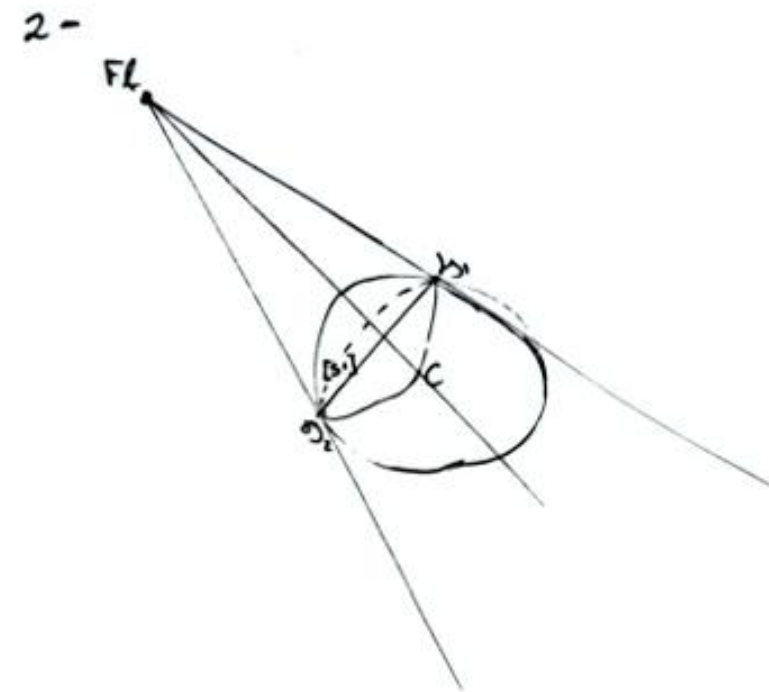
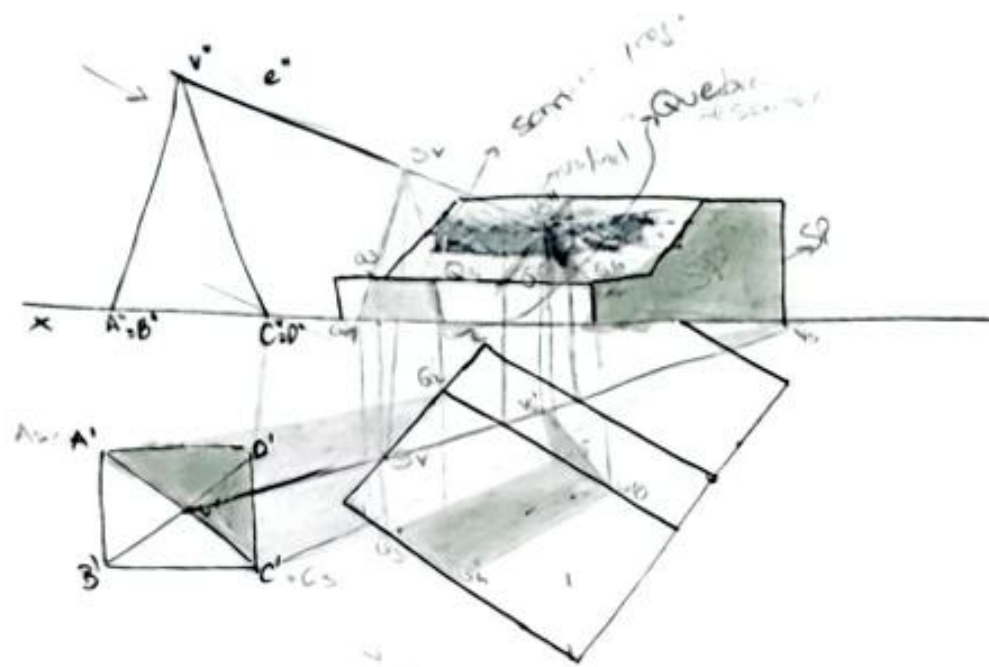
Quando um raio de luz (semi. reta) com origem numa fonte luminosa intersecta um corpo opaco transforma-se em raio de sombra deixando num ponto opaco um ponto de sombra própria e depositando a partir daí pontos de sombra projetada em todos os pontos opacos que venha a intersectar.

Se se considerar um corpo opaco com dimensões o raio de luz ao intersectar o corpo deposita no ponto de entrada um ponto de luz transformando-se imediatamente em raio de sombra, atravessando o interior do corpo como eixo de sombra, deixando depositado no ponto de saída um ponto de Sombra Própria e aplicando-se a partir daí a teoria geral de Sombras.

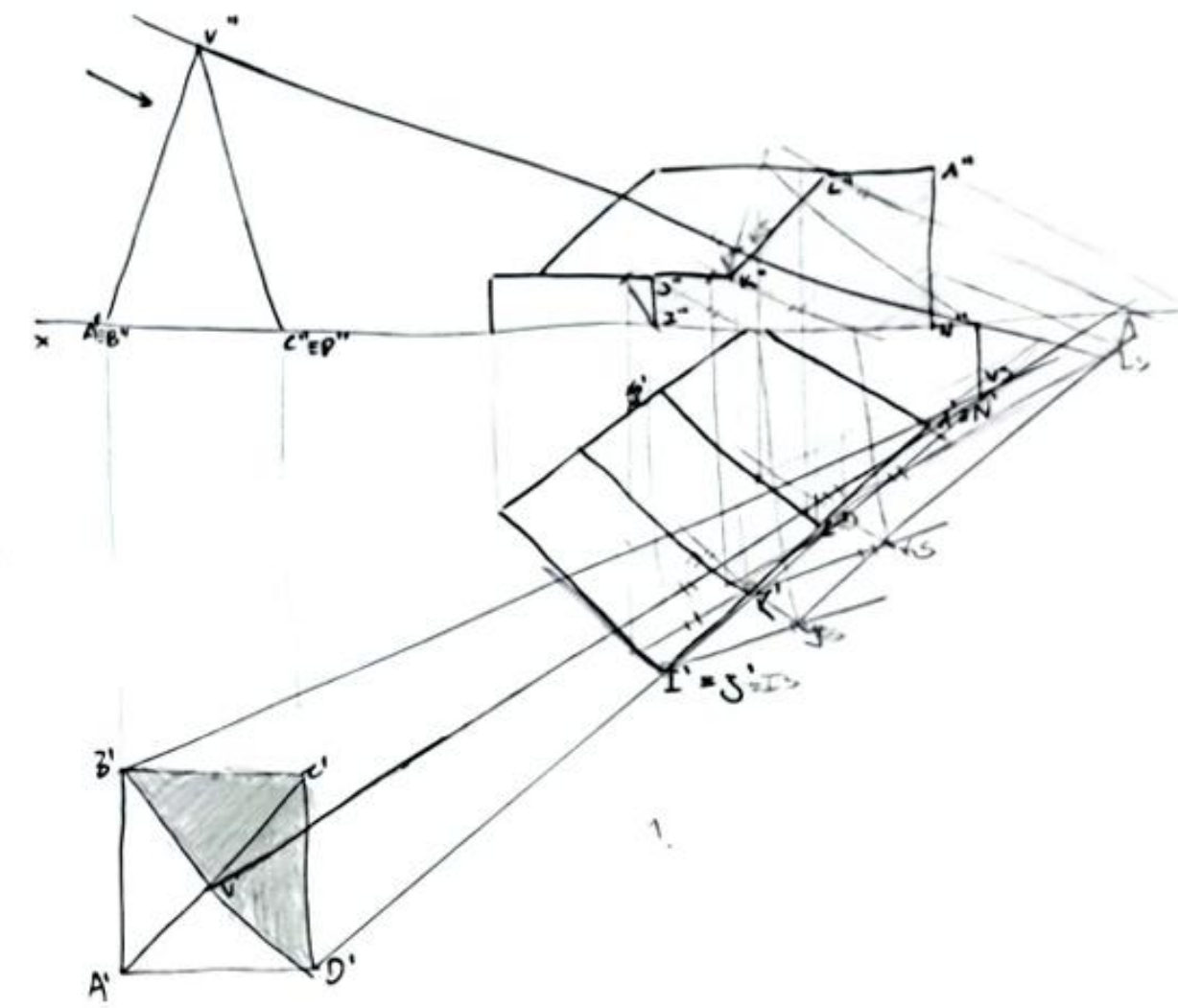
Métodos de Determinação de Sombras

- 1º método dos Planos secantes
- 2º método das Superfícies concorrentes
- 3º método das Pontos de quebra e perda

1-

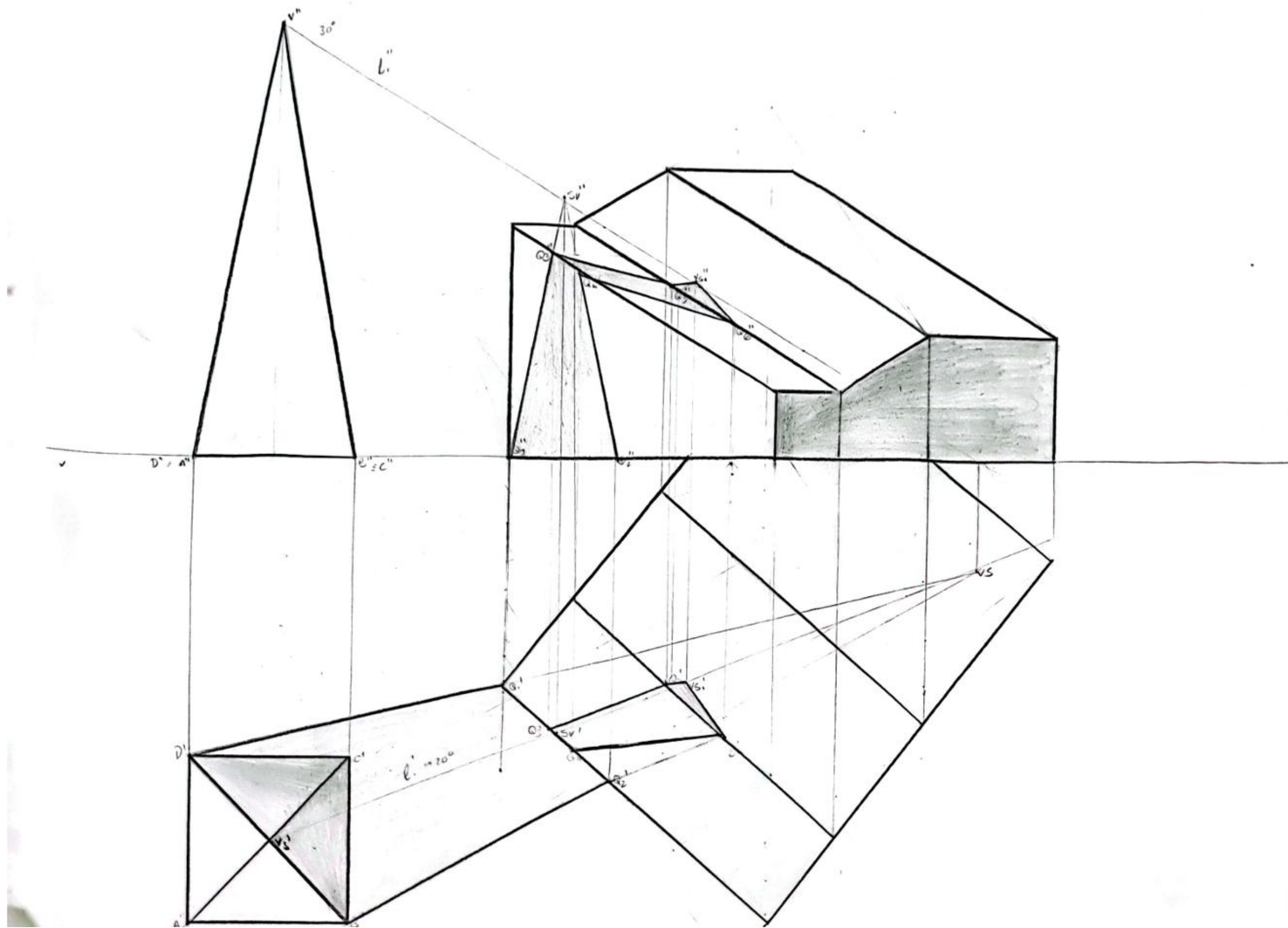


3-

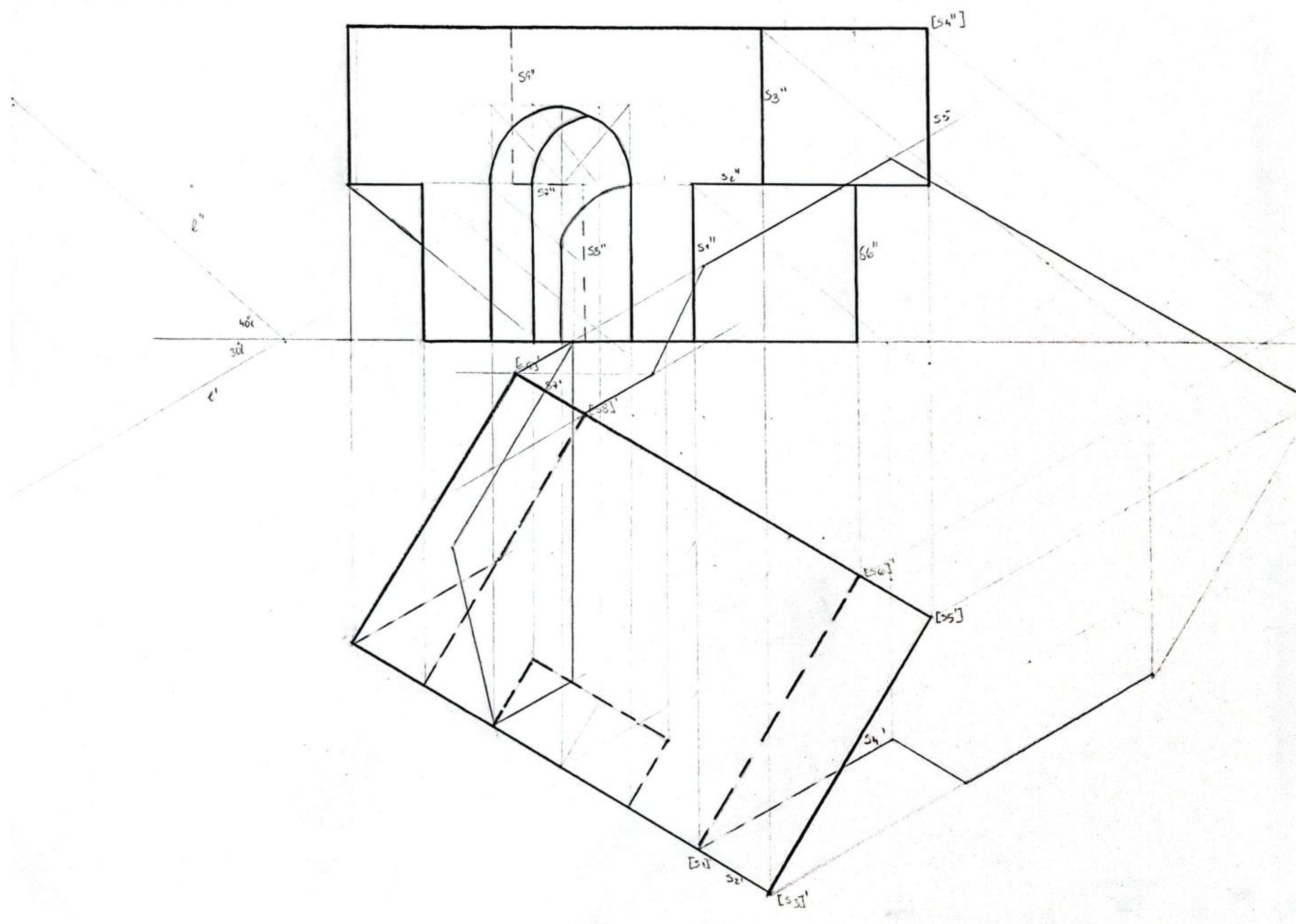


# Aula. 6.1 – luz e sombra

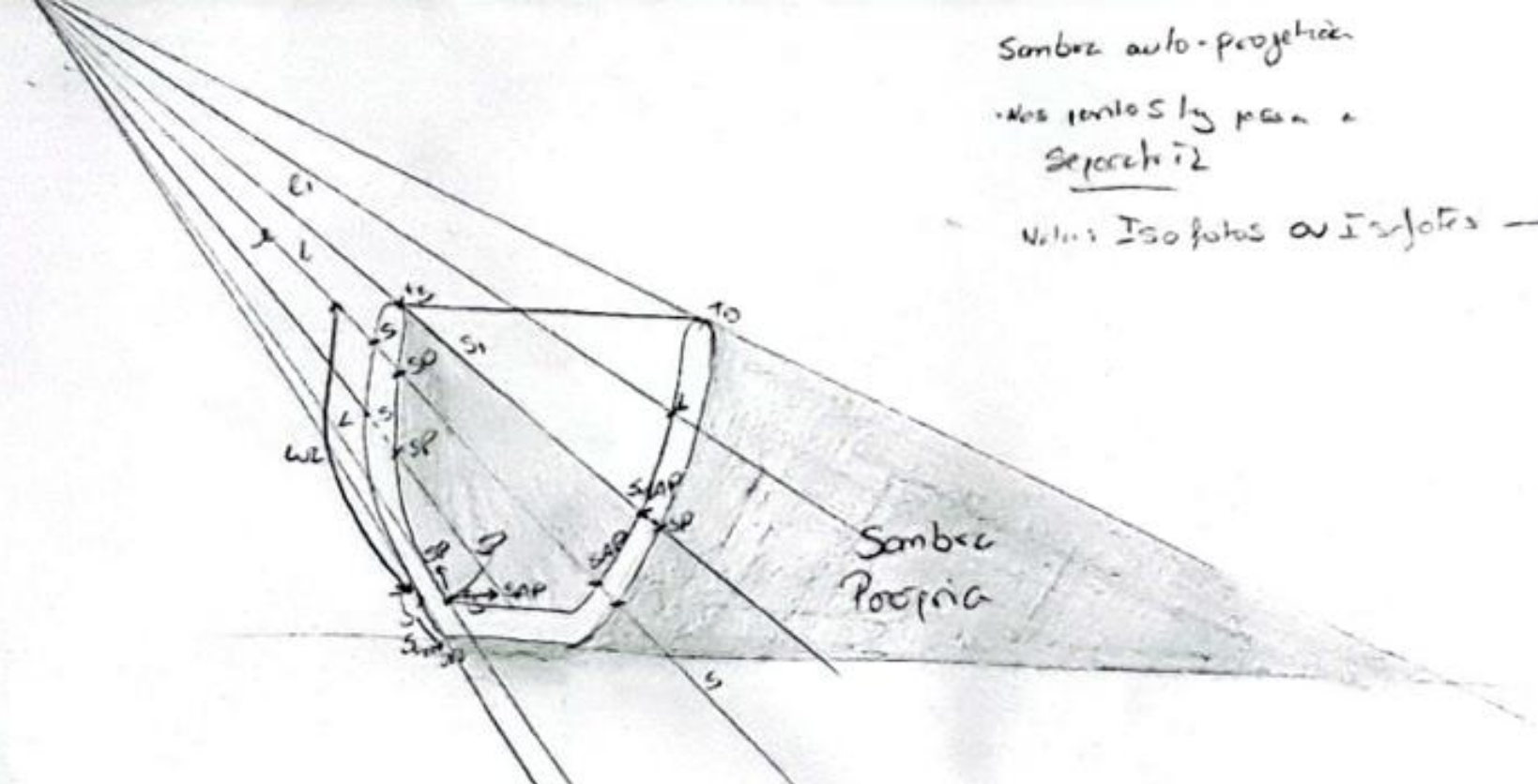




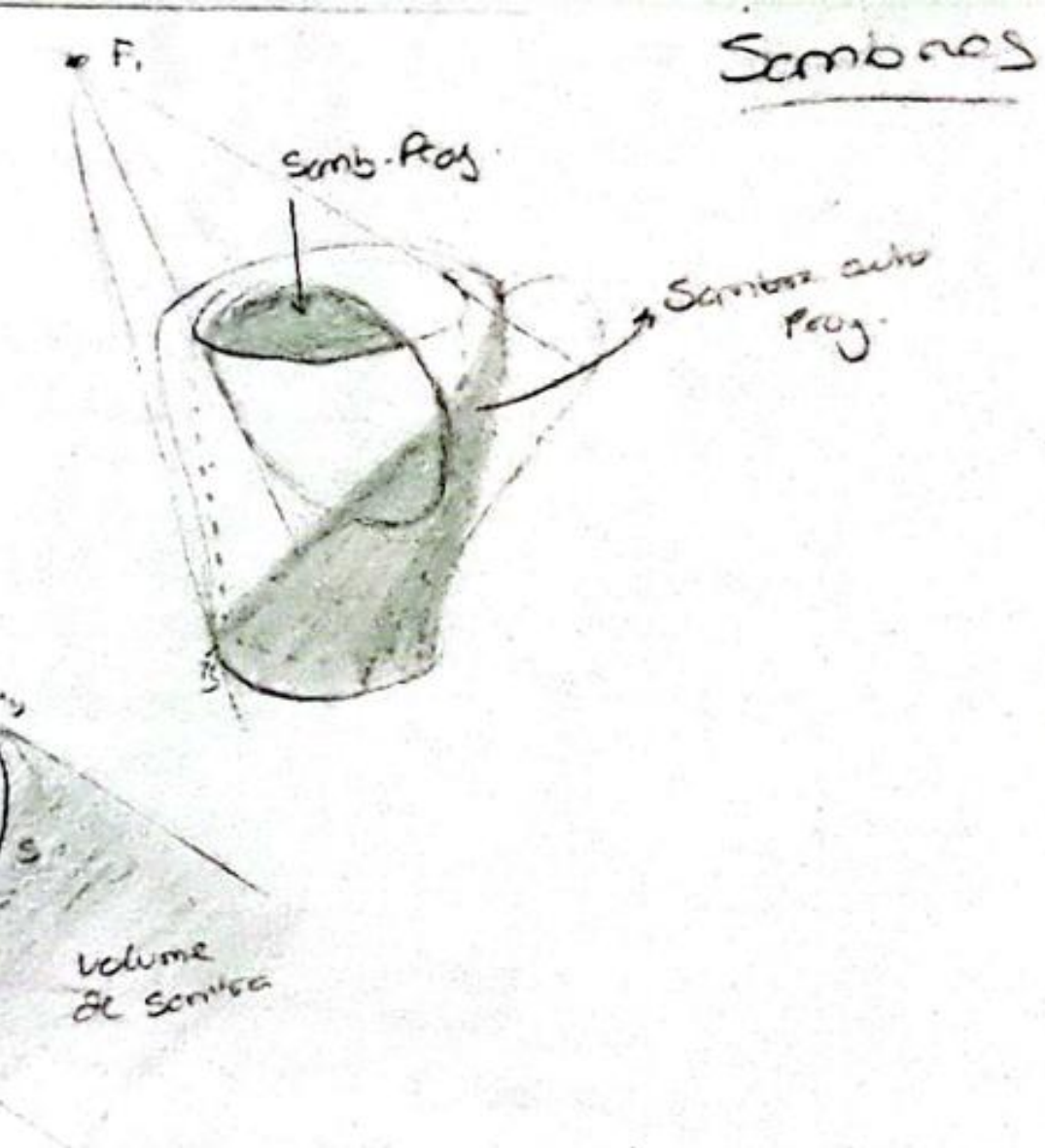
Exerc. 6.1 – exemplo da matéria



Exerc. 6.2 – exemplo da matéria



Sombra auto-projetada  
 Nos pontos L, para a separação  
 Nos Isótopos ou Isótopos → Gravação da medição luminosa no corpo



Sombas

### Sistemas Coordenados

São sistemas de localização de pontos no espaço, há diversos sistemas diferentes, geralmente diferem de acordo com a escala das medidas

Há 2 sistemas de coordenadas:

- Cartesiano ('cartesiano') → em que qualquer segmento com uma qualquer direção pode ser decomposto vetorialmente em 3 coordenadas ortogonais entre si (x, y, z) que têm a mesma origem (0, 0, 0) e formam 90° entre si.  
 ↳ origem do sistema

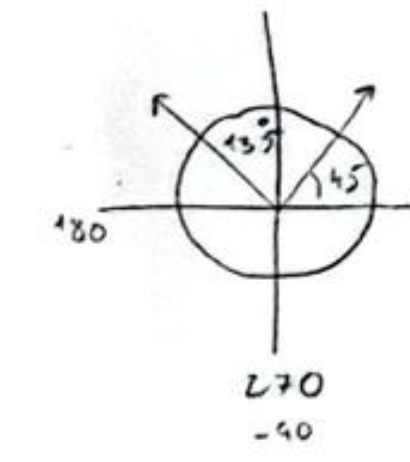
→ Neste sistema de coordenadas os pontos são geralmente referidos com coordenadas:

• Absolutas → referentes sempre à origem

geralmente nos 2 e Relativas → por contra posição às absolutas, são aquelas que referentes a um ponto partem das coordenadas do ponto anterior.

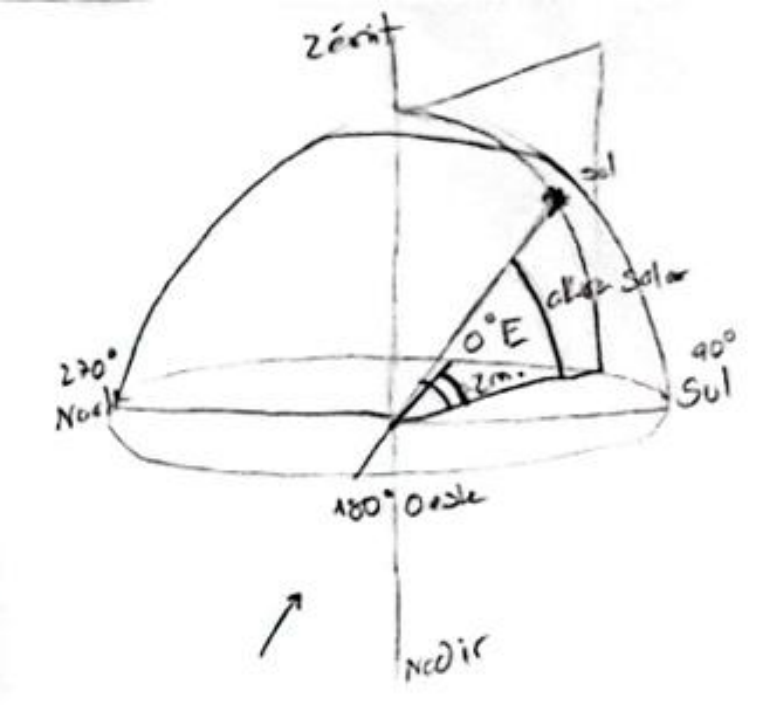
- Polares → Num plano x y por além de referir a posição de um ponto pelas suas coordenadas cartesianas, pode ser usado com absolutas e relativas  
 90  
 0°  
 135°  
 180°  
 270°  
 -90°

polares referem-se pela distância a um ponto anterior e uma direção no plano, assim relativamente a um ponto A podemos encontrar um ponto B que dista de A um certa distância  $d$  e a  $\alpha$  (distância relativa do ponto A e um ângulo no plano), para isso é que definir no plano um referencial angular, o ângulo é medido relativamente à horizontal, no sentido anti-horário, considerando os 360° da volta inteira e a origem (0°) na horizontal é direita, assim uma reta vertical ascendente 90° e a descendente há 270° ou -90° uma reta horizontal para a esquerda tem um ângulo de 180° e para direita 0°



→ Desta modo a coordenada polar de um ponto B relativamente ao ponto anterior A é dada pela distância seguida do ângulo referencial (isto é sinal de menor exemplo → B 5<45 (distância < ângulo)

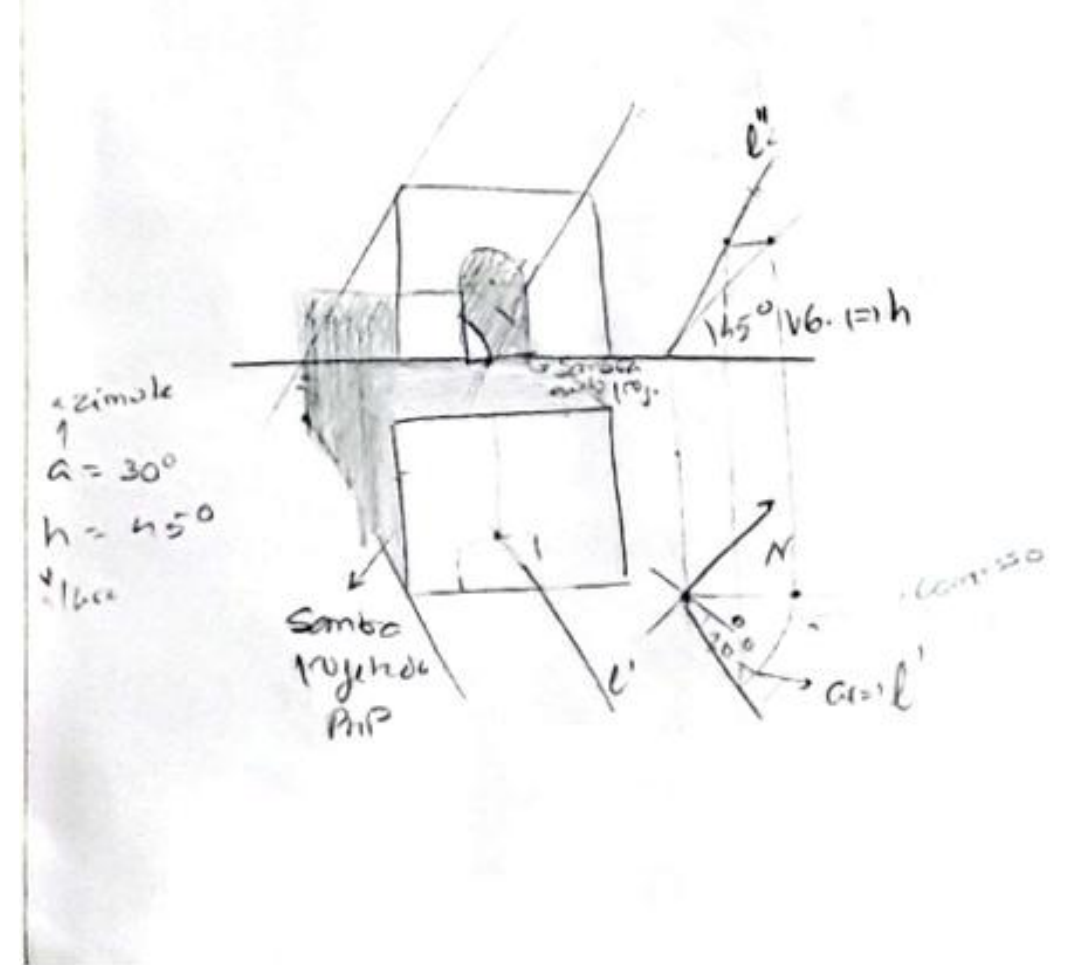
- Esfericas → Num sistema tridimensional pode referir-se a posição de um ponto numa esfera esférica, como a abóbada celeste, utilizando como coordenadas apenas ângulos.
- A distância de um ponto de ser importante apenas a posição do ponto (astro) na esfera importa.
- Neste sistema de coordenadas podendo-se medir a posição de qualquer astro da abóbada de celeste. No campo de geometria importa medir a posição solar para a determinação de sombras em diferentes alturas do dia, ou a diferentes alturas do dia.
- Neste sistema de coordenadas utilizam-se 2 ângulos (2 coordenadas):
  - 1 ângulo ao horizontal, de nome azimute, que tem 0° a leste, 180° a oeste
  - 1 ângulo na vertical, de nome altura solar.



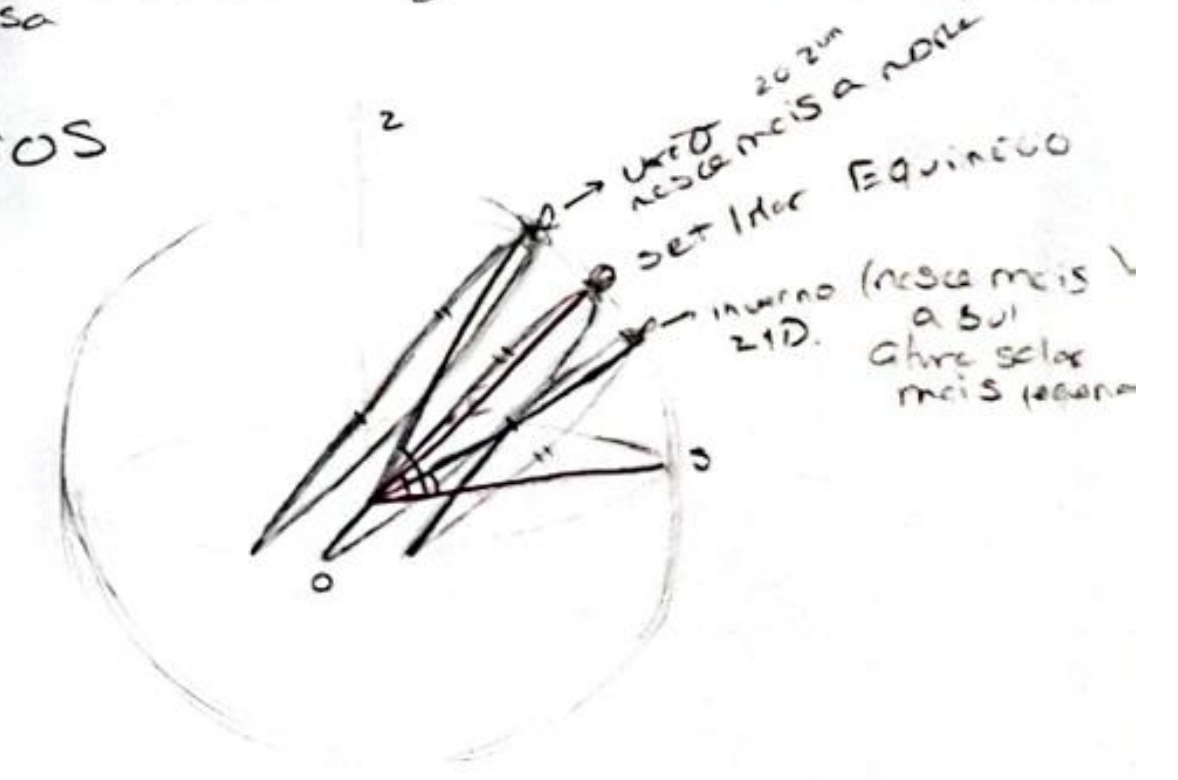
as duas coordenadas da posição solar, azimute e altura solar, vão nos ajudar a determinar a direção luminosa

- Nota:
- quartos virados a nascente → sol de manhã
- cozinha e sala virados a poente → sol ao final de tarde
- cozinha e mais norte → manter alimentos conservados (nem pontos)

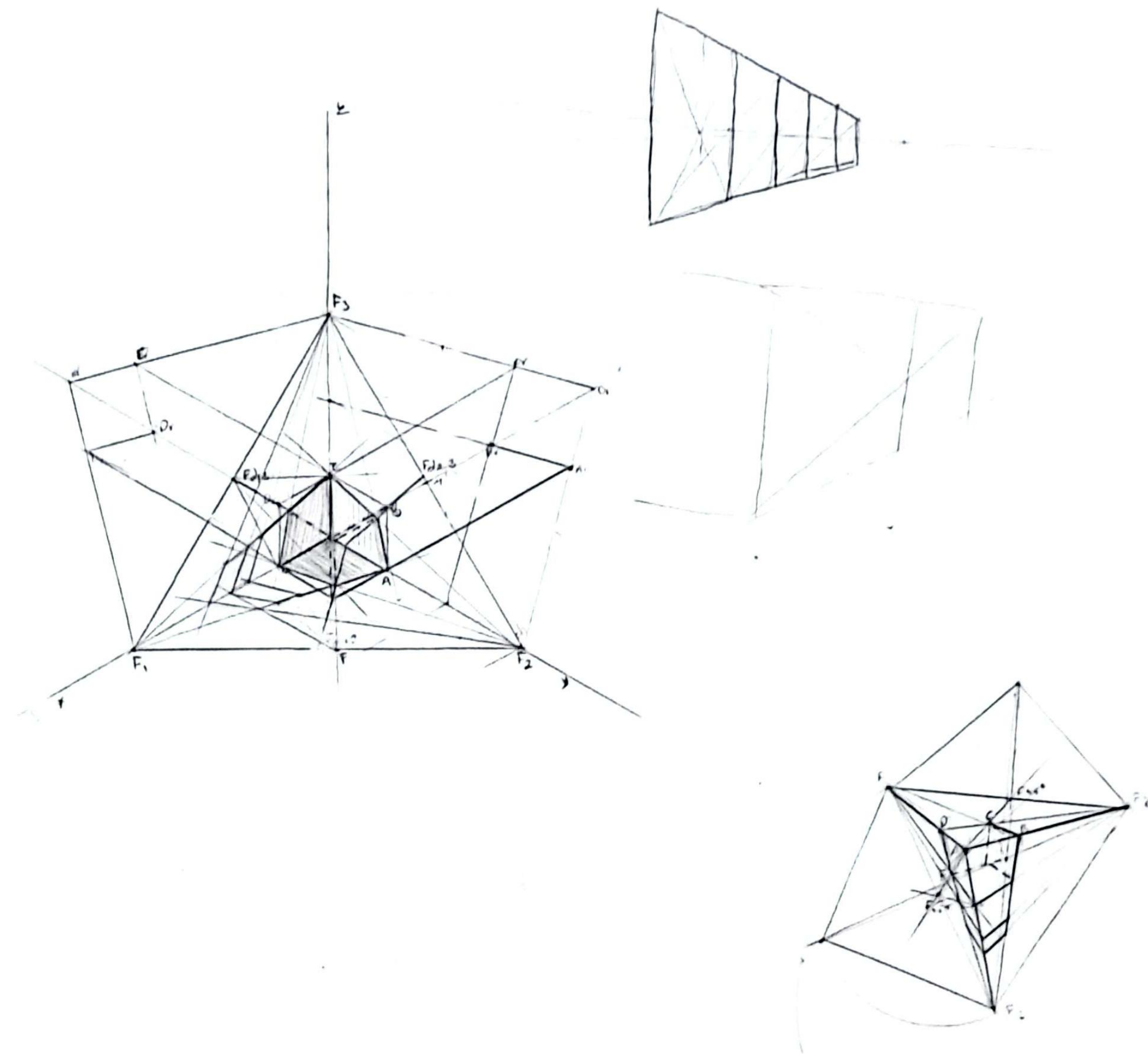
Exemplo



### Equinócios



Perspetiva de um cubo

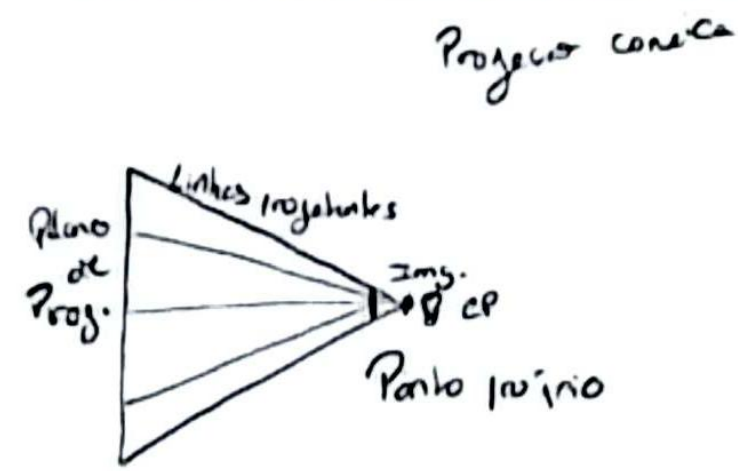


construa um traço perspectivado com 3  
vanos do plano e com eixos  
de simetria O, 2, 6

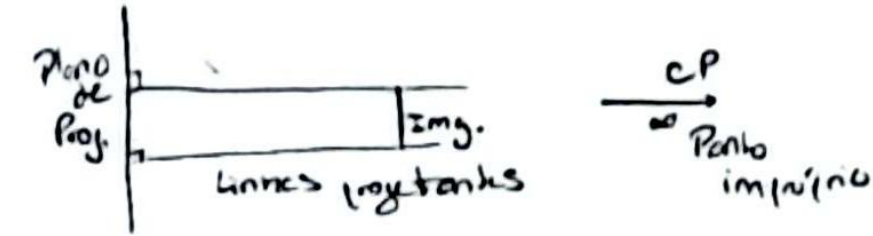
# Aula. 8.1 – Perspetiva

# Projeções

- Para haver uma projeção tem que haver:
  - uma superfície (um plano) (onde projetar)
  - linhas (que se queira projetar)
  - um ponto de projeção (um centro de projeção)
    - ↓
    - vértice das linhas projetantes



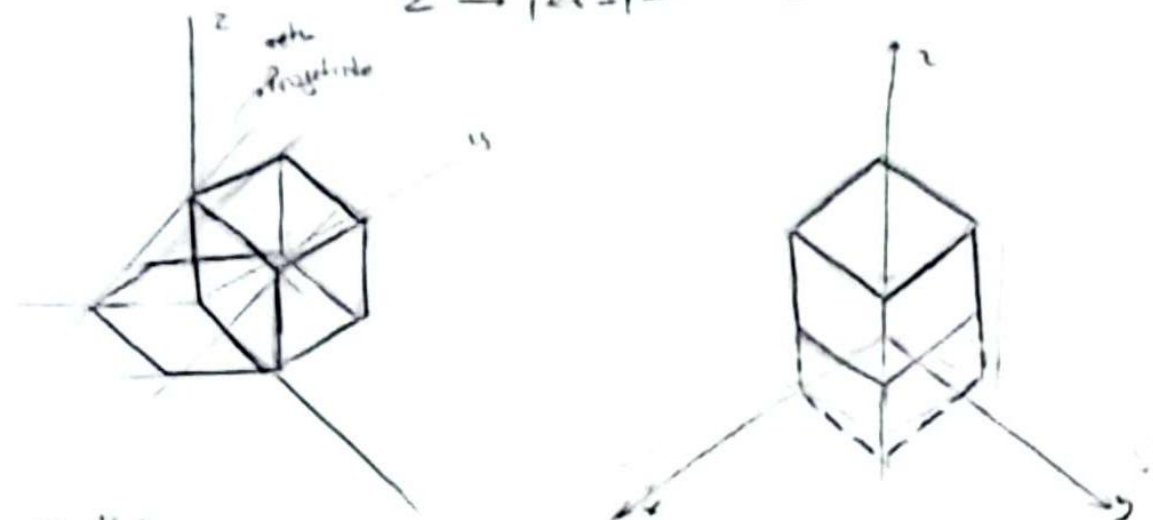
# Projeção Ortogonal



# Perpetivas

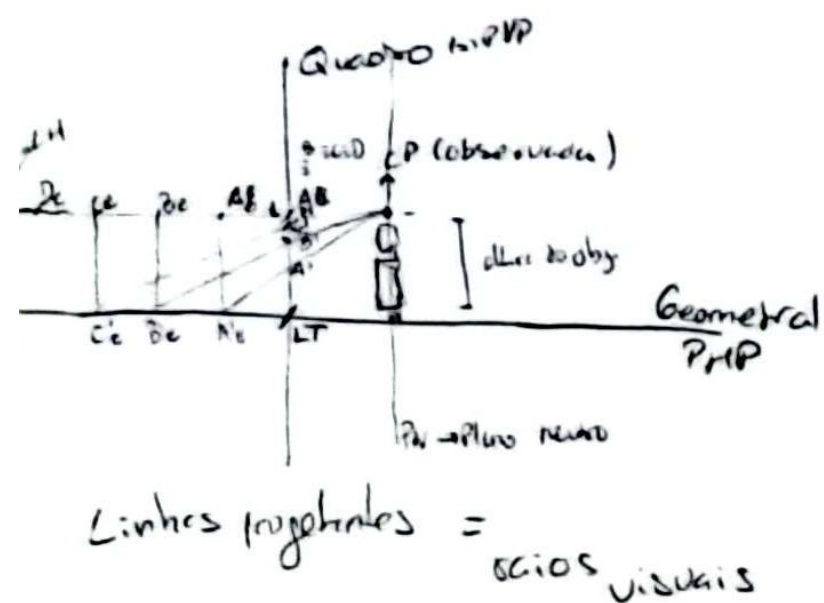
Militer ou cauleira

x, y → Plano de cota em VG  
 z → perspectiva ou oblíquo  
 v y → VG.  
 z → Proj oblíqua

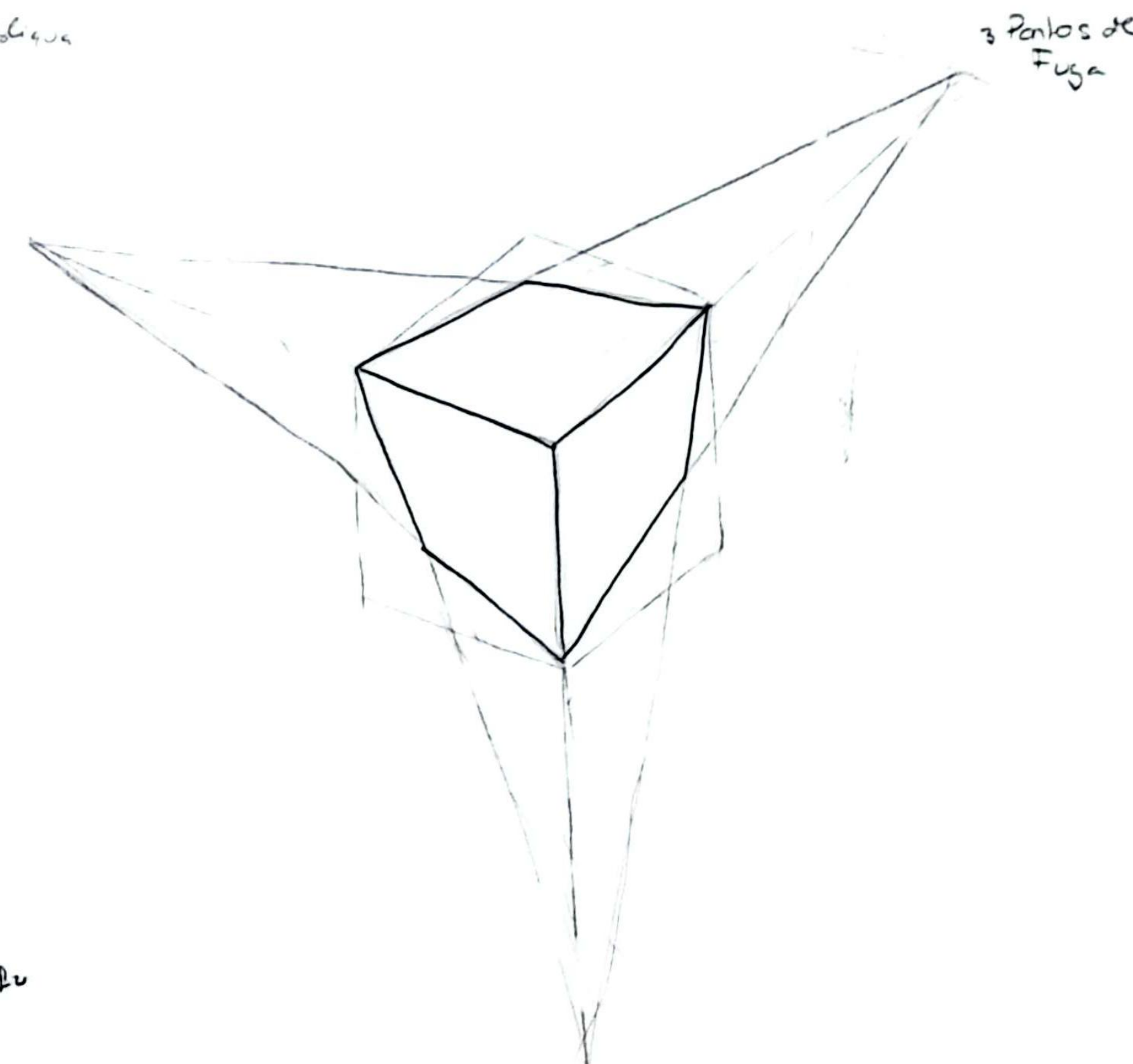
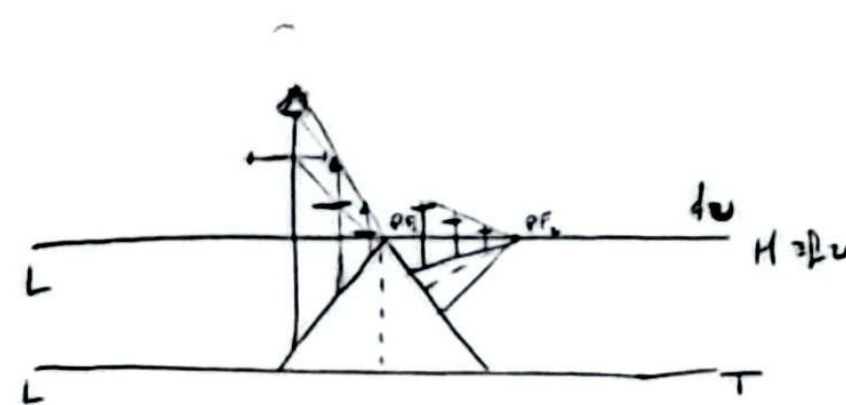


Nota: OPTICA EUCLIDES

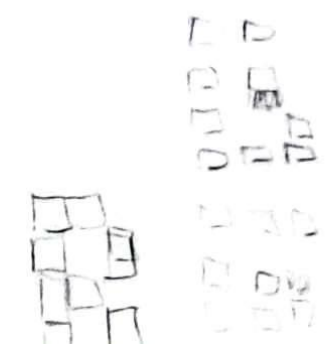
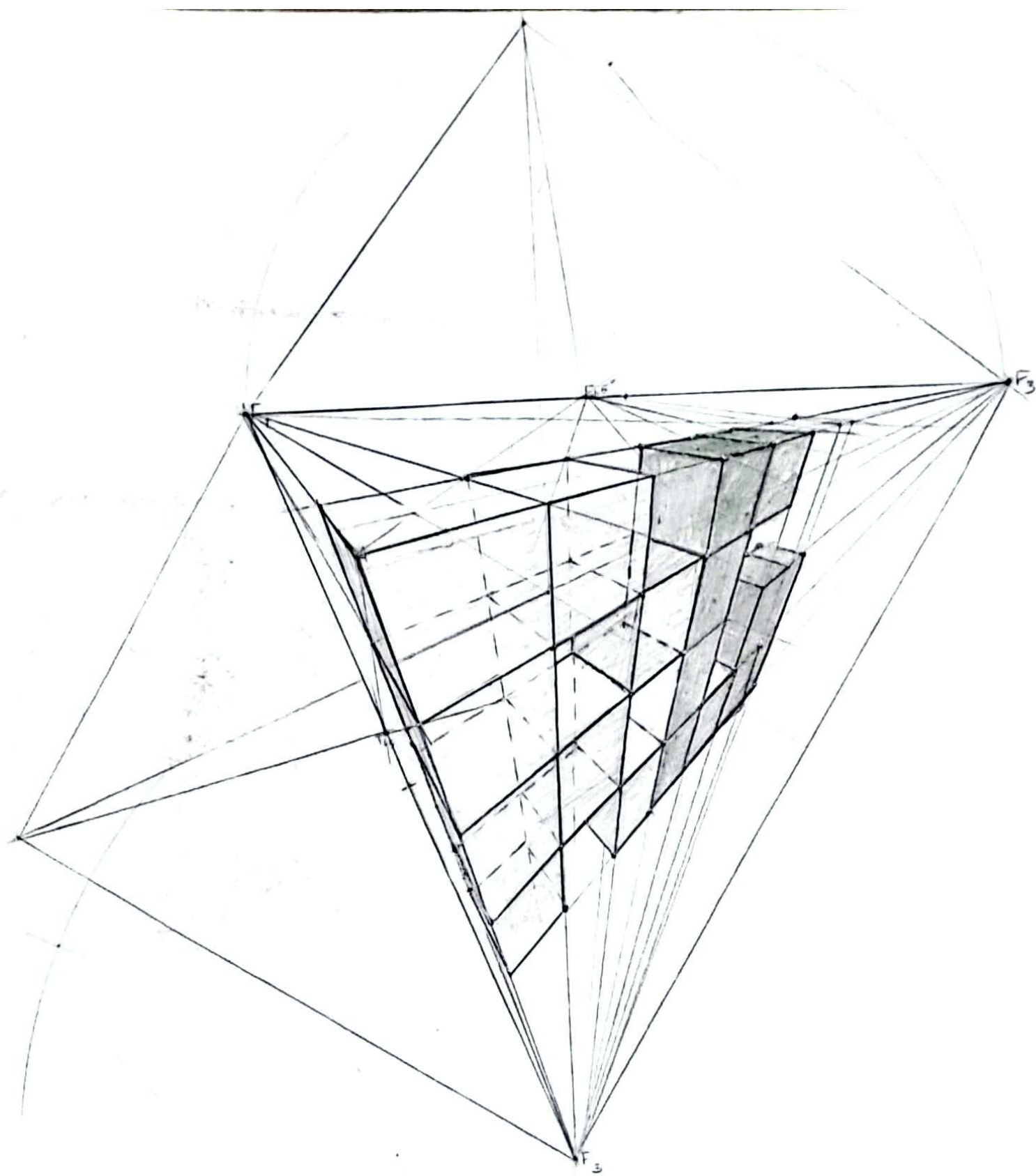
# Perspectiva



Linhas projetantes = raios visuais



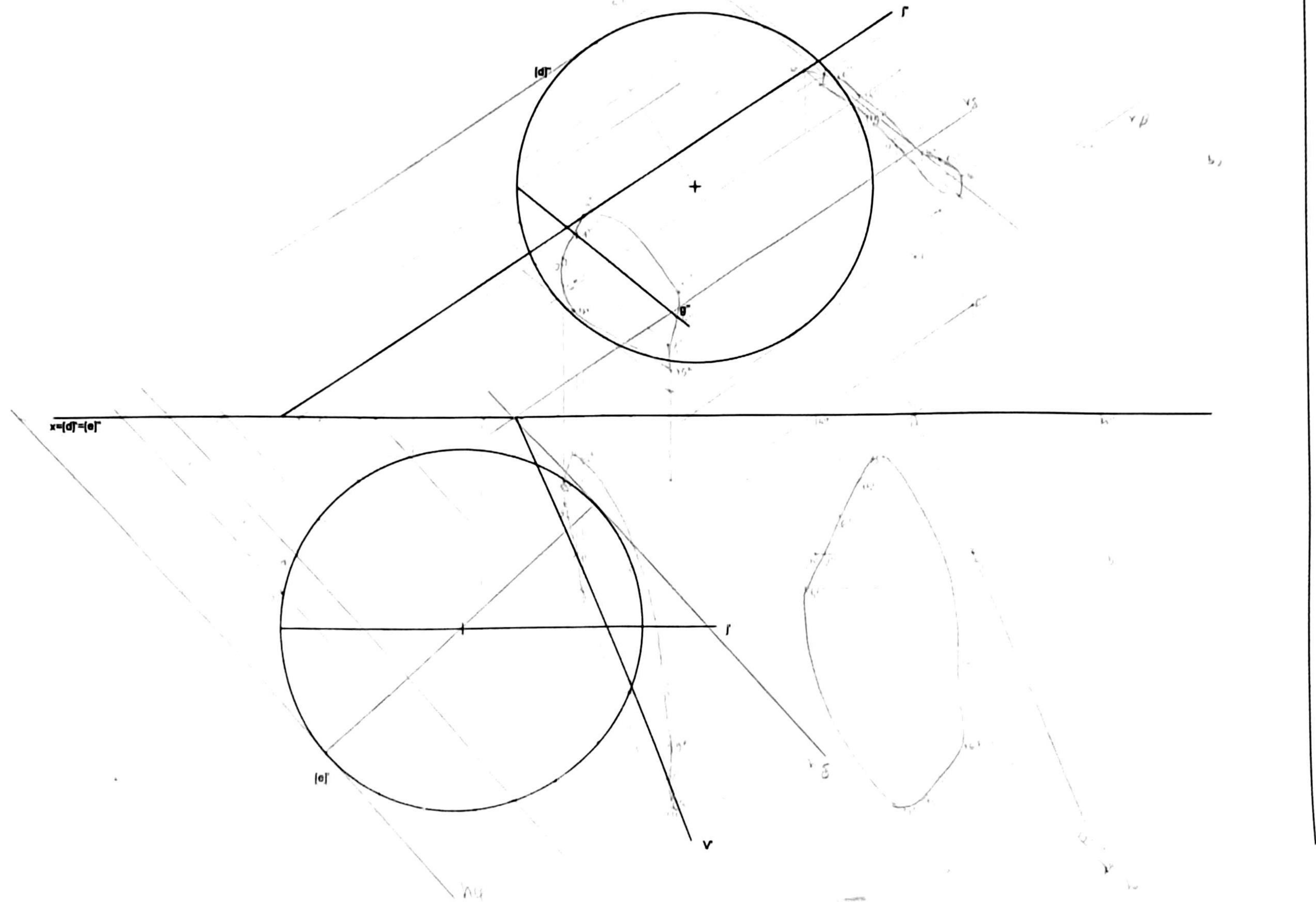
# Aula. 8.2 – Perspetiva



Exerc. 8.1 – letras R e G em perspectiva

Dados os cilindros representados na folha, determine a sua intersecção e indicando de que tipo de intersecção se trata, justificando a resposta.

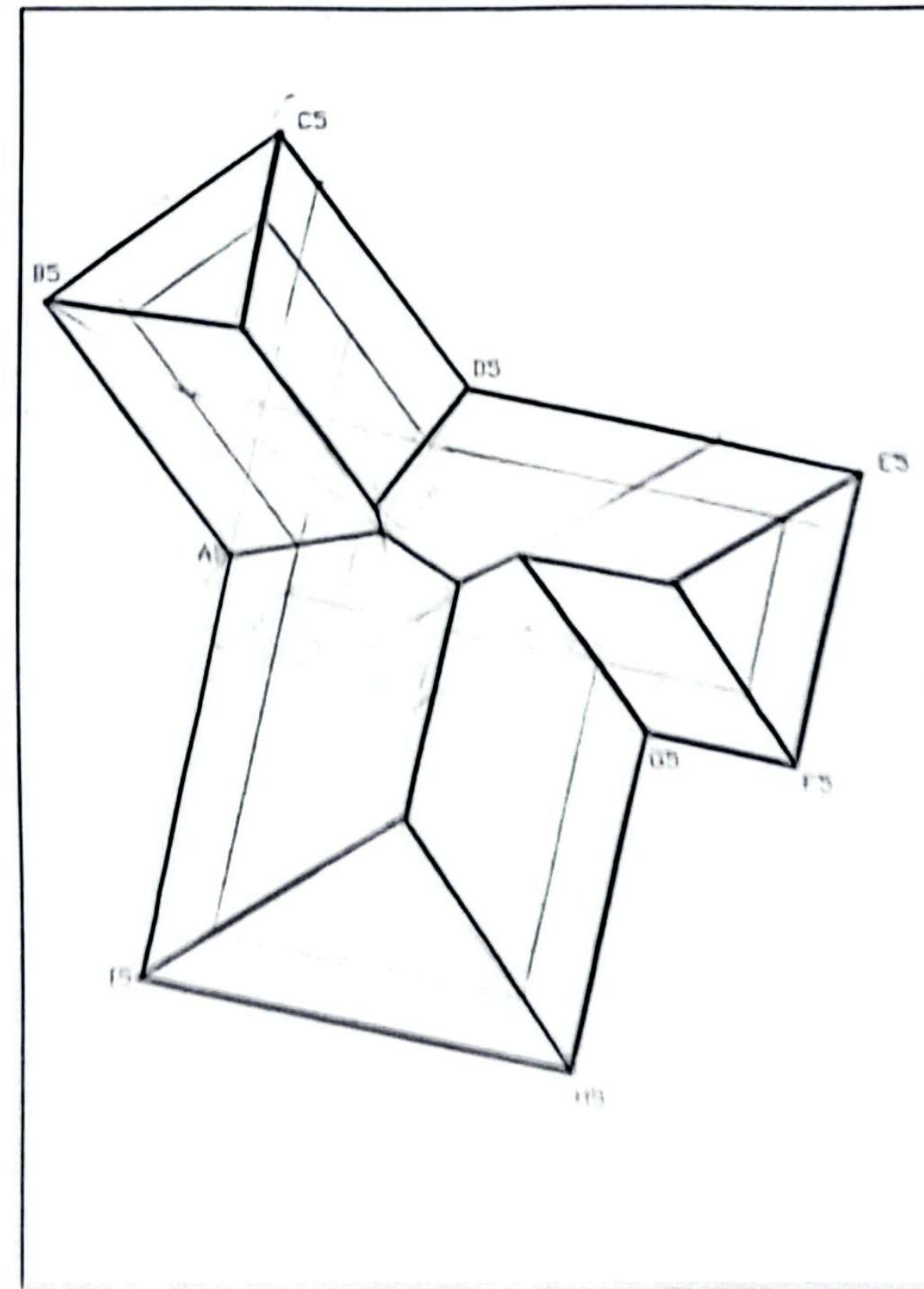
Dublo Beijamento



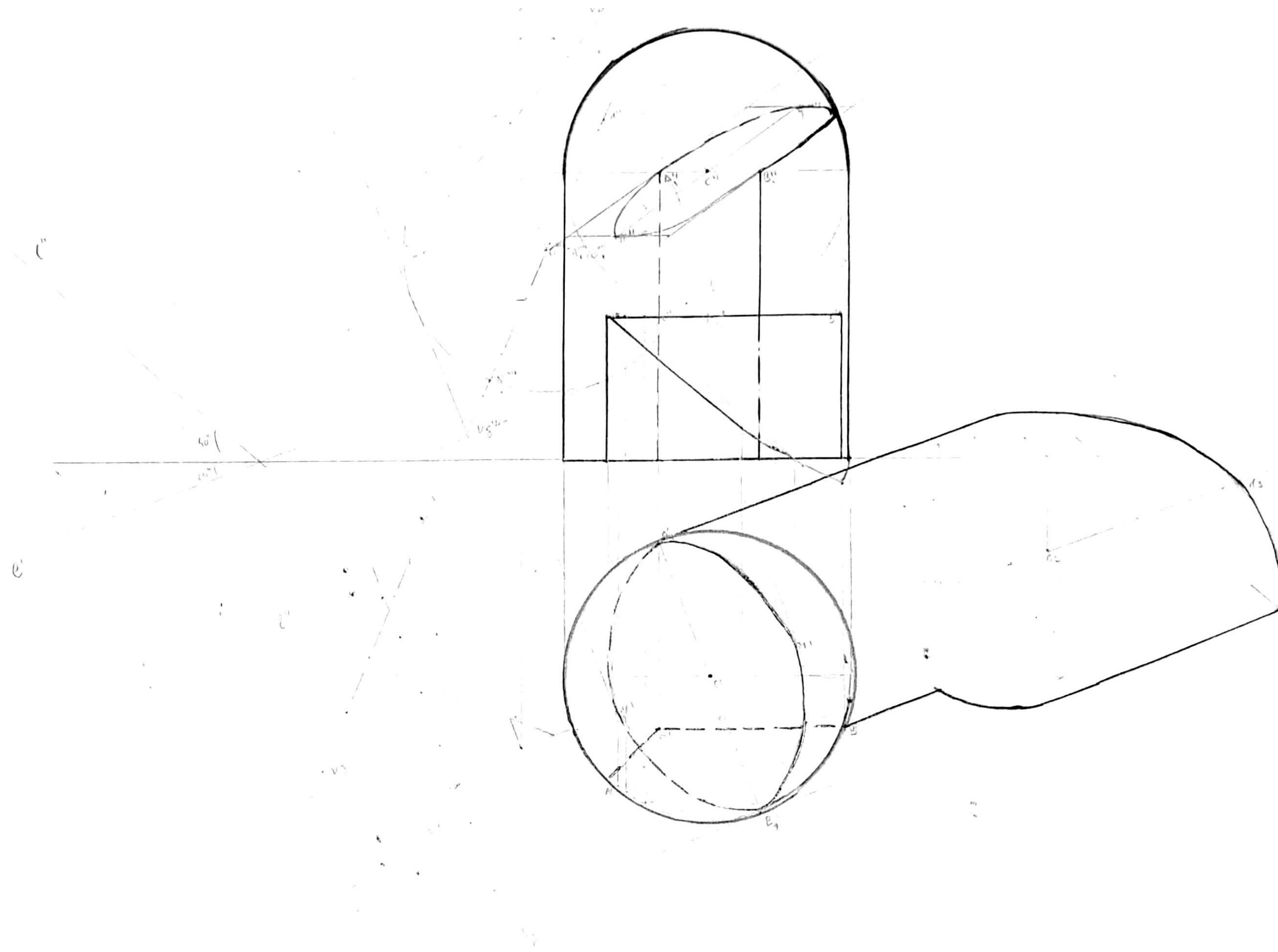
Exerc. 9.1 – exercícios de estudo



1:100  
ca. fm  
info 100 A



Exerc. 9.2 – ejercicios de estudio



Exerc. 9.3 – ejercicios de estudio